دولة الكويت
وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : ساعتان و45 دقيقة
عدد الصفحات :12

نموذج اجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي
للعام الدراسي : 2021/2020 م

القسم الأول – أسئلة المقال
تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال

السؤال الأول : (14 درجة)

(a) أوجد: (7 درجات)

$$\int (2x-1)e^{x^2-x+3}\,dx$$

الحل:

1	$u = x^2 - x + 3$
2	$du = (2x-1)\,dx$
1	$\int (2x-1)e^{x^2-x+3}\,dx = \int e^u\,du$
1	$= e^u + C$
2	$= e^{x^2-x+3} + C$

الكنترول العلمي وزارة التربية CONTROL

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

تابع السؤال الأول :

(b) **أوجد :** **(7 درجات)**

$$\int \sqrt{4x-5}\,dx$$

الحل :

1	$\int \sqrt{4x-5}\,dx = \int (4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx$
$\frac{1}{2}$	$g(x) = 4x-5$
1	$g'(x) = 4$
1	$\int (4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx = \frac{1}{4}\int 4(4x-5)^{\frac{1}{2}}\,dx$
$2\frac{1}{2}$	$= \frac{1}{4}\frac{(4x-5)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C$
1	$= \frac{1}{6}(4x-5)^{\frac{3}{2}} + C$

السؤال الثاني : (14 درجة)

(a) **أوجد :** **(6 درجات)**

$$\int x \sin x \; dx$$

الحل :

$u = x \qquad dv = \sin dx$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$du = dx \qquad v = -\cos x$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\int u\,dv = uv - \int v\,du$	$\frac{1}{2}$
$\int x \sin x \; dx = -x \cos x - \int (-\cos x)\,dx$	2
$= -x \cos x + \sin x + C$	$1\ \frac{1}{2}$

تابع السؤال الثاني :

(b) لتكن الدالة f : $f(x) = \dfrac{2}{(x-5)(x-3)}$ (8 درجات)

أوجد الكسور الجزئية ثم أوجد $\int f(x)\,dx$

الحل :

1 $$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{A_1}{x-5} + \frac{A_2}{x-3}$$

1 $$2 = A_1(x-3) + A_2(x-5)$$

نعوض عن x بـ (3)

$\frac{1}{2}$ $$2 = A_1(3-3) + A_2(3-5)$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore A_2 = -1$$

نعوض عن x بـ (5)

$\frac{1}{2}$ $$2 = A_1(5-3) + A_2(5-5)$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore A_1 = 1$$

1 $$\frac{2}{(x-5)(x-3)} = \frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}$$

$$\int f(x) = \int \frac{2}{(x-5)(x-3)}\,dx$$

1 $$= \int \left(\frac{1}{x-5} + \frac{-1}{x-3}\right) dx$$

$\frac{1}{2}$ $$= \int \frac{1}{x-5}\,dx + \int \frac{-1}{x-3}\,dx$$

$1\frac{1}{2}$ $$= \ln|x-5| - \ln|x-3| + C$$

السؤال الثالث : (14 درجة)

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : **(7 درجات)**

$f(x) = x^2 - 3x$ **و محور السينات**

الحل :

لإيجاد الاحداثيات السينية لنقاط تقاطع منحنى الدالة f مع محور السينات

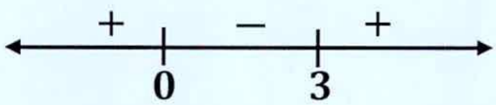
بوضع $f(x) = 0$

$\frac{1}{2}$ $x^2 - 3x = 0$

$x(x-3) = 0$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $x = 0 \;\; or \;\; x = 3$

$\frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$ $\therefore\ f(x) \le 0 \qquad \forall x \in [0,3]$

1 $A = -\int_0^3 f(x)\,dx$

$\frac{1}{2}$ $= -\int_0^3 (x^2 - 3x)\,dx$

1 $= -\left[\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2}\right]_0^3$

1 $= -\left[\left(\frac{(3)^3}{3} - \frac{3(3)^2}{2}\right) - \left(\frac{(0)^3}{3} - \frac{3(0)^2}{2}\right)\right]$

$= -\left[\left(9 - \frac{27}{2}\right) - (0)\right]$

$\frac{1}{2}$ $= -\left(-\frac{9}{2}\right)$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{9}{2}$ **units suare**

تابع السؤال الثالث :

(b) أوجد معادلة منحنى الدالة f الذي ميله عند أي نقطة عليه $P(x , y)$
يساوي $4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$ و يمر بالنقطة $B(1, 0)$

(7 درجات)

الحل :

1 $$\because f'(x) = 4x^3 + 6x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore f(x) = \int f'(x)\, dx$$

1 $$= \int (4x^3 + 6x^2 - 2x + 1) dx$$

$2\frac{1}{2}$ $$f(x) = 4\frac{x^4}{4} + 6\frac{x^3}{3} - 2\frac{x^2}{2} + x + C$$

$$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x + C$$

لتعيين قيمة الثابت C نعوض بالنقطة $B(1, 0)$ في المعادلة السابقة فنحصل على

1 $$0 = (1)^4 + 2(1)^3 - (1)^2 + 1 + C$$

$$0 = 1 + 2 - 1 + 1 + C$$

$\frac{1}{2}$ $$C = -3$$

معادلة المنحنى f المطلوبة هي :

1 $$f(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 3$$

السؤال الرابع : (14 درجة)

(a) أوجد معادلة قطع ناقص مركزه $(0, 0)$ إذا كان محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني و طوله $12\ cm$ والمسافة بين البؤرتين $8\ cm$

(6 درجات)

الحل :

∵طول المحور الأكبر هو $12\ cm$

$$\therefore 2a = 12 \Rightarrow a = 6$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

∵المسافة بين البؤرتين هي $8\ cm$

$$\therefore 2c = 8 \Rightarrow c = 4$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$$b^2 = a^2 - c^2$$ $\frac{1}{2}$

$$b^2 = 6^2 - 4^2$$ $\frac{1}{2}$

$$= 36 - 16 = 20$$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

∵ محوره الأكبر ينطبق على المحور السيني فتكون المعادلة على الصورة

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ 1

بالتعويض نحصل على المعادلة :

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$$ 1

تابع السؤال الرابع:

(b) لتكن $9x^2 - 16\,y^2 = 144$ معادلة قطع زائد

أوجد :

1) رأسي القطع الزائد

2) البؤرتين

3) معادلتي دليلي القطع الزائد **(8 درجات)**

الحل :

1) المعادلة $9x^2 - 16\,y^2 = 144$	
$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$	1
المحور القاطع على محور السينات:	$\frac{1}{2}$
$a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$	$\frac{1}{2}$
$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$	$\frac{1}{2}$
رأسا القطع الزائد هما: $A_1(-4,0)$, $A_2(4,0)$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
2) $c^2 = a^2 + b^2$	$\frac{1}{2}$
$c^2 = 16 + 9 = 25$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$c = 5$	$\frac{1}{2}$
البؤرتان هما : $F_1(-5,0)$, $F_2(5,0)$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
3) معادلتا دليلي القطع الزائد : $y = \pm \frac{a^2}{c}$	$\frac{1}{2}$
$y = \pm \frac{16}{5}$	1

ثانيا: البنود الموضوعية

أولا: في البنود من (1) إلى (4) عبارات ظلل ⓐ إذا كانت العبارة صحيحة
ⓑ إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\int sec^2 x\, dx = tanx + C$

(2) $\int \frac{1}{x^2}\, dx = \frac{1}{x} + C$

(3) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x) = x$ و منحنى الدالة g : $g(x) = \frac{1}{2}x^2$
هو : $V = \pi \int_0^2 \left(x - \frac{1}{2}x^2\right)\, dx$

(4) $y^2 = -\frac{1}{6}x$ معادلة قطع مكافئ بؤرته $\left(\frac{-1}{24}, 0\right)$

ثانيا : في البنود من (5) إلى (14) لكل بند أربعة اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(5) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{3x+1}}$ يساوي :

ⓐ $\frac{2}{9}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$ ⓑ $\frac{2}{3}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

ⓒ $\frac{1}{2}(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$ ⓓ $2(3x+1)^{\frac{2}{3}} + C$

(6) $\int \sqrt[3]{cotx}\, csc^2 x\, dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{3}{4}\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$ ⓑ $-\frac{3}{4}\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$

ⓒ $-\frac{3}{4}\sqrt[4]{(cotx)^3} + C$ ⓓ $3\sqrt[3]{(cotx)^4} + C$

(7) إذا كانت $y = ln(x^2+1)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

ⓐ $\frac{x}{x^2+1}$ ⓑ $\frac{2}{x^2+1}$ ⓒ $\frac{-2x}{x^2+1}$ ⓓ $\frac{2x}{x^2+1}$

(8) $\int \frac{e^x}{e^x - 4}\, dx$ يساوي :

ⓐ $\frac{-1}{2}(e^x - 4) + C$ ⓑ $\frac{1}{2}(e^x - 4) + C$

ⓒ $-ln|e^x - 4| + C$ ⓓ $ln|e^x - 4| + C$

---

(9) إذا كان : $\int_3^1 g(x)dx = 2$, $\int_{-1}^3 f(x)dx = 4$ فإن $\int_{-1}^3 (2f(x) + 3g(x) + 1)dx$

تساوي :

ⓐ 18 ⓑ -6 ⓒ 12 ⓓ 6

---

(10) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (sinx + cosx)\ dx$ يساوي :

ⓐ 4 ⓑ 2 ⓒ 0 ⓓ π

---

(11) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بالمستقيمات $x = 0$, $y = -2$ و منحنى الدالة f : $f(x) = -\sqrt{x}$ بالوحدات المكعبة هو:

ⓐ 4π ⓑ 16π ⓒ 8π ⓓ 2π

---

(12) المعادلة التفاضلية التالية : $\frac{(2y'' + x)^2}{xy} = 3$ من :

ⓐ الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

ⓑ الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

ⓒ الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

ⓓ الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

(13) المعادلة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ و يمر بالنقطة $C(-5,-6)$

و خط تماثله $y - axis$ هي:

ⓐ $x^2 = \frac{-25}{6}y$ ⓑ $y^2 = \frac{-25}{6}x$ ⓒ $y^2 = \frac{-6}{25}x$ ⓓ $x^2 = \frac{-6}{25}y$

---

(14) الاختلاف المركزي للمعادلة $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1$ هو :

ⓐ $\frac{\sqrt{11}}{6}$ ⓑ $\frac{\sqrt{11}}{5}$ ⓒ $\frac{36}{25}$ ⓓ $\frac{25}{36}$

" انتهت الأسئلة "

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

ورقة إجابة البنود الموضوعية

السؤال	الاجابة			
(1)	**ⓐ**	ⓑ		
(2)	ⓐ	**ⓑ**		
(3)	ⓐ	**ⓑ**		
(4)	**ⓐ**	ⓑ		
(5)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(6)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(7)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(8)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(9)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(10)	ⓐ	**ⓑ**	ⓒ	ⓓ
(11)	ⓐ	ⓑ	**ⓒ**	ⓓ
(12)	ⓐ	ⓑ	ⓒ	**ⓓ**
(13)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ
(14)	**ⓐ**	ⓑ	ⓒ	ⓓ

لكل بند درجة واحدة فقط

14

الكنترول العلمي
وزارة التربية
CONTROL

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات