نماذج اختبارات الفترة التقويمية الأولى

مدرسة أكاديمية الموهبة المشتركة
The Joint Academy School For Giftedness

الصف الثاني عشر علمي

الفصل الدراسي الأول

العام الدراسي ٢٠٢٣-٢٠٢٤

حل النماذج

إعداد: قسم الرياضيات

السؤال الأول

a) أوجد إن أمكن:

٦ درجات

$$\lim_{x \to -7} \frac{(x+4)^2 - 9}{x^2 + 7x}$$

الحل:

عند التعويض المباشر في كل من البسط و المقام بـ -7 نحصل على صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x \to -7} \frac{(x+4-3)(x+4+3)}{x(x+7)}$$

$$= \lim_{x \to -7} \frac{(x+1)\cancel{(x+7)}}{x\cancel{(x+7)}}$$

$$= \frac{\lim_{x \to -7}(x+1)}{\lim_{x \to -7} x}$$

شرط المقام :

$$\lim_{x \to -7} x = -7$$

و $-7 \neq 0$

$$= \frac{-7+1}{-7}$$

$$= \frac{6}{7}$$

تابع السؤال الأول

b) أوجد إن أمكن:

$$\lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

الحل:

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{1-\cos x} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2(1+\cos x)}{1^2-\cos^2 x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \frac{x^2(1+\cos x)}{\sin^2 x}$$

$$= \lim_{x\to 0} \left(\left(\frac{x}{\sin x}\right)^2 \cdot (1+\cos x)\right)$$

$$= \left(\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x}\right)^2 \cdot \left(\lim_{x\to 0} 1 + \lim_{x\to 0} \cos x\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot (1+1)$$

$$= \frac{1}{2}$$

السؤال الثاني :

درجتان

ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x\to\infty} \frac{1-x}{2x^2-5x-3} = \boxed{\frac{1}{2}}$

(a) (b)

ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(2) $\lim_{x\to 2^+} \frac{|x-2|}{x^2-4} =$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) $-\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{4}$ (d) $-\frac{1}{4}$

السؤال الأول ٦ درجات

a) أوجد إن أمكن: $\lim_{x\to 1} \frac{|x-1|}{x^2-1}$

الحل:

عند التعويض المباشر في كل من البسط و المقام بـ 1 نحصل على صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$f(x)=\frac{|x-1|}{x^2-1}=\begin{cases}\frac{\cancel{x-1}}{\cancel{(x-1)}(x+1)}=\frac{1}{x+1} & : x>1\\ \frac{-\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)}=\frac{-1}{x+1} & : x<1\end{cases},\ x\neq 1$$

$$\lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x+1}=\frac{\lim_{x\to 1^+} 1}{\lim_{x\to 1^+}(x+1)}=\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{-1}{x+1}=\frac{\lim_{x\to -1}(-1)}{\lim_{x\to -1}(x+1)}=\frac{-1}{2}$$

شرط المقام:

$$\lim_{x\to 1}(x+1)=1+1=2,\ 2\neq 0$$

$$\therefore \lim_{x\to 1^+} f(x)\neq \lim_{x\to 1^-} f(x)$$

$\therefore \lim_{x\to 1} f(x)$ غير موجودة

تابع السؤال الأول

b) أوجد إن أمكن:

$$\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{\cos x-1}$$

الحل:

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x}{\cos x-1}\times\frac{\cos x+1}{\cos x+1}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\sin x(\cos x+1)}{\cos^2 x-1^2}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{x\cancel{\sin x}(\cos x+1)}{-\sin^{\cancel{2}} x}$$

$$=\lim_{x\to 0}\left(\frac{-x}{\sin x}\cdot(\cos x+1)\right)$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-x}{\sin x}\cdot\left(\lim_{x\to 0}\cos x+\lim_{x\to 0}1\right)$$

$$=\frac{-1}{1}(1+1)$$

$$=-2$$

السؤال الثاني :

ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة. درجتان

(1) $\lim_{x\to-\infty}\frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}}=\frac{3}{2}$

(a) (b)

ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(2) $\lim_{x\to-3}\frac{2x^3+9x^2+9x}{x+3}=$

(a) 9 (b) 0 (c) -3 (d) -9

السؤال الأول ٦ درجات

(a أوجد إن أمكن:

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}$$

الحل: عند التعويض المباشر في كل من البسط و المقام بـ 2 نحصل على صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{2x-3}-1}{x-2}\times\frac{\sqrt{2x-3}+1}{\sqrt{2x+3}+1}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2x-3-1^2}{(x-2)\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$

$$=\lim_{x\to 2}\frac{2\cancel{(x-2)}}{\cancel{(x-2)}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$

$$=\frac{\lim_{x\to 2}2}{\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)}$$

$$=\frac{2}{2}$$

$$=1$$

شرط الجذر :

$$\lim_{x\to 0}(2x-3)$$

$$=2(2)-3$$

$$=1\ ,\ 1>0$$

شرط المقام :

$$\lim_{x\to 2}\left(\sqrt{2x-3}+1\right)$$

$$=\sqrt{\lim_{x\to 2}(2x-3)}+\lim_{x\to 2}1$$

$$=\sqrt{1}+1$$

$$=2\ ,\ 2\neq 0$$

تابع السؤال الأول

b) إذا كانت: $\lim_{x\to\infty} \frac{ax^3+bx^2+4}{3x^2-2x+1} = -1$ فأوجد قيم a , b.

الحل:

$\because \lim_{x\to\infty} \frac{ax^3+bx^2+4}{3x^2-2x+1} = -1 \quad , \quad -1 \neq 0$

$\therefore$ درجة حدودية البسط = درجة حدودية المقام

$\therefore ax^3 = 0 \quad \therefore a = 0$

$\lim_{x\to\infty} \frac{bx^2+4}{3x^2-2x+1} = -1$

$\frac{b}{3} = -1$

$b = -3$

السؤال الثاني : درجتان

ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x\to\infty}(3x^2+7x-8) = \infty$

(a) (b)

ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(2) $\lim_{x\to 0} \frac{4x^2+5\sin^2 x}{3x^2} =$

(a) 3 (b) 9 (c) 0 (d) ∞

السؤال الأول

٦ درجات

a) أوجد :

$$\lim_{x \to -1} \frac{\sqrt[3]{x^3+1}}{\sqrt[3]{x+1}}$$

الحل:

عند التعويض المباشر في كل من البسط و المقام بـ -1 نحصل على صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

$$= \lim_{x \to -1} \sqrt[3]{\frac{x^3+1}{x+1}}$$

$$= \lim_{x \to -1} \sqrt[3]{\frac{\cancel{(x+1)}(x^2-x+1)}{\cancel{x+1}}}$$

$$= \lim_{x \to -1} \sqrt[3]{(x^2-x+1)}$$

$$= \sqrt[3]{\lim_{x \to -1} (x^2-x+1)}$$

$$= \sqrt[3]{(-1)^2-(-1)+1}$$

$$= \sqrt[3]{3}$$

تابع السؤال الأول

b) أوجد:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x}$$

الحل:

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x(2x-1)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{2x-1} \right)$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \lim_{x \to 0} \frac{1}{2x-1}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{\lim_{x \to 0} 1}{\lim_{x \to 0} (2x-1)}$$

$$= 1 \times \frac{1}{-1}$$

$$= -1$$

شرط المقام:

$$\lim_{x \to 0} (2x-1)$$

$$= 2(0) - 1$$

$$= -1 , -1 \neq 0$$

السؤال الثاني : درجتان

ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x \to -\infty} (-x^3 - 2x + 1) = -\infty$ (a) (b)

ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(2) $\lim_{x \to \infty} \frac{-5x+3}{\sqrt{9x^2 - 2x + 4}} =$

(a) $\frac{5}{3}$ (b) $-\frac{5}{3}$ (c) $\frac{5}{9}$ (d) $-\frac{5}{9}$

السؤال الأول ٦ درجات

(a أوجد :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{x+5}{\sqrt{x^2+2x+7}}$$

$$=\frac{x\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)}}$$

$$=\frac{x\left(1+\frac{5}{x}\right)}{|x|\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

$x\to\infty$

$\therefore x>0$

$\therefore |x|=x$

$$=\frac{\cancel{x}\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\cancel{x}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to\infty}f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{5}{x}}{\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

$$=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}}$$

$$=\frac{1}{1}=1$$

شرط الجذر :

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)$$

$$=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{2}{x}+\lim_{x\to\infty}\frac{7}{x^2}$$

$$=1+0+0$$

$$=1\ ,\ 1>0$$

شرط المقام :

$$\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}}$$

$$=\sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{2}{x}+\frac{7}{x^2}\right)}$$

$$=\sqrt{1}=1\ ,\ 1\neq 0$$

نهاية البسط :

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{5}{x}\right)$$

$$=\lim_{x\to\infty}1+\lim_{x\to\infty}\frac{5}{x}$$

$$=1+0=1$$

تابع السؤال الأول

b) أوجد:

$$\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x + 3x\cos 4x}{5x}$$

الحل:

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3\cancel{x}\cos 4x}{5\cancel{x}}\right)$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{1}{5}\lim_{x\to 0} x \cdot \lim_{x\to 0}\cos 4x$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{1}{5}(0)(1)$$

$$= \frac{2}{5}$$

السؤال الثاني : درجتان

ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x\to 0} \frac{5x^3+8x^2}{3x^4-16x^2} = 0$ (a) (b)

ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(2) $\lim_{x\to -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} =$

(a) 12 (b) -12 (c) 4 (d) -4

السؤال الأول

٦ درجات

a) أوجد : $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$

الحل:

$$f(x) = \frac{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}}$$

$$= \frac{x\left(3-\frac{5}{x^2}\right)}{|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$x \to -\infty$

$x < 0$

$|x| = -x$

$$= \frac{\cancel{x}\left(3-\frac{5}{x}\right)}{-\cancel{x}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{-\left(3-\frac{5}{x}\right)}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$$= \frac{-\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)}{\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$$= \frac{-3}{1}$$

$$= -3$$

شرط الجذر:

$$\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)$$

$$= \lim_{x\to-\infty} 1 - \lim_{x\to-\infty}\frac{9}{x^2}$$

$$= 1-0 = 1 ,\ 1>0$$

شرط المقام

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}$$

$$= \sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}$$

$$= \sqrt{1} = 1 ,\ 1 \neq 0$$

نهاية البسط

$$-\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)$$

$$= -\left(\lim_{x\to-\infty} 3 - \lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}\right)$$

$$= -(3-0) = -3$$

تابع السؤال الأول

b) أوجد:

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3}$$

الحل:

عند التعويض المباشر في كل من البسط و المقام بـ 3 نحصل على صيغة غير معينة $\frac{0}{0}$

	x^4	x^3	x^2	x	ثابت
3	1	0	-7	0	-18
	↓	3	9	6	18
×	$1x^3$	$3x^2$	$2x$	6	0

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \left(x^3 + 3x^2 + 2x + 6\right)$$

$$= 3^3 + 3(3)^2 + 2(3) + 6$$

$$= 66$$

السؤال الثاني : درجتان

ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\lim_{x \to -\infty} \frac{4x^3 + 7x^2 - 1}{2x^3 - 4} = 2$ (a) (b)

ظلّل رمز الدائرة الدّال على الإجابة الصحيحة.

(2) $\lim_{x \to 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$

(a) 2 (b) -2 (c) 0 (d) ∞