



دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان الفترة الدراسية الأولى

للسف الثاني عشر علمي (2016 / 2017 م)

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

تعليمات هامة

- (1) الإمتحان في (12) صفحة مختلفة عدا صفحات الغلاف و التعليمات و الجداول و القوانين
- (2) الزمن ساعتان و 45 دقيقة
- (3) الإمتحان ينقسم إلى قسمين :
 - أ (القسم الأول :
أسئلة المقال و عددها 4 أسئلة لكل سؤال 14 درجات من صفحة (1) إلى صفحة (9)
 - ب (القسم الثاني :
البنود الموضوعية و تتكون من 10 بنود درجاتها 14 درجة ، درجة لكل من البندين (1) ، (2) و درجة و نصف لكل بند من (3) إلى (10) وهي من صفحة (10) إلى صفحة (11)
- (4) إجابة البنود الموضوعية في صفحة (12)
- (5) الجداول في الصفحات (13) إلى (14)
- (6) القوانين في صفحة (15)
- (7) الدرجة الكلية (70)
- (8) تلغى درجة البند الموضوعي في حال تم تظليل أكثر من دائرة أو عدم تظليل أي دائرة
- (9) لن تصرف أية أوراق إضافية للإجابة غير هذه الأوراق المخصصة للإمتحان

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل :

تابع السؤال الأول :

(8 درجات)

(b) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل :

14

السؤال الثاني

(a) ادرس إتصال الدالة f على $[1, 3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كان : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2 \cos x = 0$

(7 درجات)

الحل :

السؤال الثالث :

14

(a) بين أن الدالة $f : f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$

ثم أوجد قيمة c التي تنبئ بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

تابع السؤال الثالث :

(b) ادرس تغير الدالة $f : f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$ ثم ارسم بيانها

(9 درجات)

أكمل :

السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f : f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل :

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

<p><u>أولاً</u> : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة</p>	
(1)	<p>إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3, 1]$ ، g دالة متصلة على $[-1, 3]$ فإن $f + g$ هي دالة متصلة عند $x = 0$</p>
(2)	<p>إذا كانت الدالة $f : f(x) = \sqrt{x+3}$ فإن $f'(1) = \frac{1}{4}$</p>
<p><u>ثانياً</u> : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :</p>	
(3)	<p>$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x-3)^-} =$</p> <p>(a) ∞ (b) $-\infty$ (c) 5 (d) 0</p>
(4)	<p>إذا كانت :</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$</p> <p>فإن قيم الثابتين a, b هما :</p> <p>(a) $a = 0, b = 6$ (b) $a = 0, b = -6$ (c) $a = 0, b = 2$ (d) $a = 0, b = -2$</p>
(5)	<p>الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي</p> <p>(a) $f(x) = \sqrt{x-2}$ (b) $g(x) = x-2$ (c) $h(x) = \frac{1}{x-2}$ (d) $k(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$</p>
(6)	<p>إذا كانت الدالة $f : f(x) = 3x + \tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي</p> <p>(a) 0 (b) 1 (c) 3 (d) 4</p>

(7) الدالة $f : f(x) = |x^2 - 1|$ لها :

- (a) قيمة صغرى مطلقة
(b) قيمة عظمى مطلقة
(c) نقطتان حرجتان فقط
(d) ليس أي مما سبق

(8) إذا كانت الدالة $f' : f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

- (a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$
(b) متزايدة على مجال تعريفها
(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$
(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(9) للدالة $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :

- (a) $x = 0$
(b) $x = 1$
(c) $y = 0$
(d) $y = 1$

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الانحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي

- (a) -9.6
(b) 6.9
(c) 9.6
(d) -6.9

إنتهت الأسئلة ،،،

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1 ×

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1.5 ×

الدرجة :

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10	0.4999									
وأكثر										

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي / الرياضيات

جدول التوزيع t						
درجات الحرية (n - 1)	$\frac{\alpha}{2}$					
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675

قوانين الإحصاء

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} ; -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{القيمة الحرجة})$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{الخطأ المعياري للمجتمع})$$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع طبيعي})$$

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) \quad \text{فترة الثقة للمتوسط الحسابي}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{التوزيع } t)$$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع } t \text{ الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع } t \text{ - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

14

السؤال الأول :

(a) أوجد :

(6 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل :

$$\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x} \quad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x, \quad x \neq 0 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} \right) = \frac{2}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3x \cos 4x}{5x} \right) = \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x = \frac{3}{5} (1) = \frac{3}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \right) \quad [0.5]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 2x}{5x} \right) + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x) \quad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \quad [0.5]$$

تراجعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية)



تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل :

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \frac{\sqrt{x^2(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad [1]$$

$$= \frac{|x| \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad , \quad |x| = -x \text{ يكون } x < 0 \text{ عندما} \quad [0.5]$$

$$= \frac{-x \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} = - \frac{\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} \quad , x \neq 0 \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 3 - 0 + 0 = 3 \quad , 3 > 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} = \sqrt{3} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 3 - 0 = 3 \quad , \quad 3 \neq 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}}$$

$$= \frac{-\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(3 - \frac{5}{x} \right)} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \quad [1.5]$$



(a) ادرس إتصال الدالة f على $[1, 3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

$$f(x) = x^2 - 3 \quad : x \in (1, 3)$$

$$\forall c \in (1, 3), \quad f(c) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} (x^2 - 3) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1, 3) \quad [0.5]$$

$$(1) \dots \dots \dots (1, 3) \text{ على } f \text{ متصله على } [0.5]$$

ندرس إتصال الداله f عند $x = 1$ من اليمين

$$f(1) = -2 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 1 - 3 = -2 = f(1) \quad [0.5]$$

$$(2) \dots \dots \dots \text{ الداله } f \text{ متصله عند } x = 1 \text{ من اليمين } [0.5]$$

ندرس إتصال الداله f عند $x = 3$ من اليسار

$$f(3) = 5 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 9 - 3 = 6 \neq f(3) \quad [0.5]$$

$$(3) \dots \dots \dots \text{ الداله } f \text{ غير متصله عند } x = 3 \text{ من اليسار } [0.5]$$

[1] من (1)، (2)، (3) f ليست متصله على $[1, 3]$ و لكنها متصله على $(1, 3)$



تابع السؤال الثاني :

$$y = x \sin x \quad : \text{ (b) إذا كانت}$$

$$y'' + y - 2 \cos x = 0 \quad : \text{ فاثبت أن}$$

(7 درجات)

الحل:

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x \cos x \quad [3]$$

$$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)' \quad [1.5]$$

$$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x \sin x \quad [1]$$

$$y'' + y - 2 \cos x = 2\cos x - x \sin x + x \sin x - 2 \cos x \quad [1]$$

$$= 0 \quad [0.5]$$



14

السؤال الثالث :

$$f(x) = x^3 - 3x + 2 : f \text{ بين أن الدالة } (a)$$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$

ثم أوجد قيمة c التي تنبئ بها النظرية

(5 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود متصلة على \mathbb{R} وبالتالي فهي متصلة على الفترة $[0, 4]$ [0.5]

وقابلة للاشتقاق على $(0, 4)$ [0.5]

شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0, 4]$.: يوجد على الأقل $c \in (0, 4)$ بحيث : [0.5]

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\therefore f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \quad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3, \quad f'(c) = 3c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \quad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0, 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0, 4) \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :

$$(b) \text{ إدرس تغير الدالة } f : f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$$

وارسم بيانها

(9 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^4) = -\infty \quad [0.5]$$

توجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود فهي متصلة على \mathbb{R} وقابلة للاشتقاق على \mathbb{R}

$$f'(x) = 4x - 4x^3$$

[0.5]

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow 4x(1 - x)(1 + x) = 0$$

$$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0)^2 - (0)^4 + 5 = 5$$

[0.5] $(0,5)$ نقطة حرجة

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$$

[0.5] $(1,6)$ نقطة حرجة

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$$

[0.5] $(-1,6)$ نقطة حرجة

تكون الجدول لدراسة إشارة f' : [2]

	$-\infty$	-1	0	1	∞
الفاترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة f'	+++	---	+++	---	
سلوك الدالة	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	

من الجدول :

f متزايدة على كلا من الفترتين $(-\infty, -1)$, $(0, 1)$, f متناقصة على كلا من الفترتين $(-1, 0)$, $(1, \infty)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمتها $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمتها $f(-1) = 6$



وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ وقيمتها $f(1) = 6$
نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 4 - 12x^2 \quad [0.5]$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$4 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	∞
الفترات	$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$	
إشارة f''	$- + + -$	$- + + -$	$+ + + -$	
بيان الدالة f	مقعراً لأعلى	مقعراً لأسفل	مقعراً لأعلى	

[1.5]

من الجدول نجد أن :

بيان الدالة f مقعراً للأعلى على الفترتين $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$ ، $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$ ،

بيان الدالة f مقعراً للأسفل على الفترة $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

النقطة $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$ نقطة انعطاف ✓

النقطة $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$ نقطة انعطاف —



السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$ (8 درجات)

الحل:

$$f(0) = \frac{0-4}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad [0.5]$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(x+2) \cdot (3x-4)' - (x+2)' \cdot (3x-4)}{(x+2)^2} \\ &= \frac{(x+2) \cdot (3) - (3x-4) \cdot (1)}{(x+2)^2} \quad [3] \\ &= \frac{10}{(x+2)^2} \quad [1] \end{aligned}$$

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a) (x - a) \quad [1]$$

$$y - (-2) = \frac{5}{2} (x - 0) \quad [0.5]$$

$$2y + 4 = 5x \quad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$



تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ دينار وانحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل :

$$S = 32 , n = 10 , \bar{x} = 283$$

① صياغة الفروض الإحصائية

$$H_0 : \mu = 290 \quad \text{مقابل} \quad H_1 : \mu \neq 290 \quad [0.5]$$

② نوجد المقياس الإحصائي

$$\begin{aligned} \sigma \text{ غير معلوم ، } n \leq 30 & \quad \therefore [0.5] \\ \therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917 & \quad [1.5] \end{aligned}$$

$$\therefore n = 10 \quad \text{③}$$

∴ درجات الحرية :

$$n - 1 = 10 - 1 = 9 \quad [0.5]$$

مستوى الثقة 95 %

$$\therefore 1 - \alpha = 0.95$$

$$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad [0.5]$$

من جدول توزيع t نجد :

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262 \quad [0.5]$$

$$(-t_{\frac{\alpha}{2}}, t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262, 2.262) \quad [1] \quad \text{منطقة القبول : ④}$$

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$$\therefore -0.6917 \in (-2.262, 2.262) \quad [0.5]$$

$$\therefore \text{القرار بقبول فرض العدم } \mu = 290 \quad [0.5]$$



أولا : في البنود (2 - 1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3, 1]$ ، g دالة متصلة على $[-1, 3]$ فإن $f + g$ هي دالة متصلة عند $x = 0$ (a)

(2) إذا كانت الدالة $f : f(x) = \sqrt{x+3}$ فإن $f'(1) = \frac{1}{4}$ (2)

ثانيا : في البنود (10 - 3) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x-3)} =$

(a) ∞

(b) $-\infty$

(c) 5

(d) 0

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$$

فإن قيم الثابتين a, b هما :

(a) $a = 0, b = 6$

(b) $a = 0, b = -6$

(c) $a = 0, b = 2$

(d) $a = 0, b = -2$

(5) الدالة المتصلة عند $x = 2$ فيما يلي هي

(a) $f(x) = \sqrt{x-2}$

(b) $g(x) = |x-2|$

(c) $h(x) = \frac{1}{x-2}$

(d) $k(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة $f : f(x) = 3x + \tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) 4



<p>(7) الدالة $f : f(x) = x^2 - 1$ لها :</p> <p>(a) قيمة صغرى مطلقة (b) قيمة عظمى مطلقة (c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أي مما سبق</p>	(a)
<p>(8) إذا كانت الدالة $f' : f'(x) = -3x$ فإن الدالة f</p> <p>(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$ (b) متزايدة على مجال تعريفها (c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$ (d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$</p>	(c)
<p>(9) للدالة $f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :</p> <p>(a) $x = 0$ (b) $x = 1$ (c) $y = 0$ (d) $y = 1$</p>	(b)
<p>(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الانحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي</p> <p>(a) -9.6 (b) 6.9 (c) 9.6 (d) -6.9</p>	(c)

إنتهت الأسئلة ،،،

$$Z = \frac{(5)6}{\sigma} = 3.125 \quad \sigma = \frac{30}{3.125}$$



جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1 x

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : = 1.5 x

14

الدرجة :



دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

10

(6 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

تابع السؤال الأول :

(4 درجات)

(b) أوجد ميل المماس $(\frac{dy}{dx})$ للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1, 0)$

10

(4 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

السؤال الثاني
(a) أوجد :

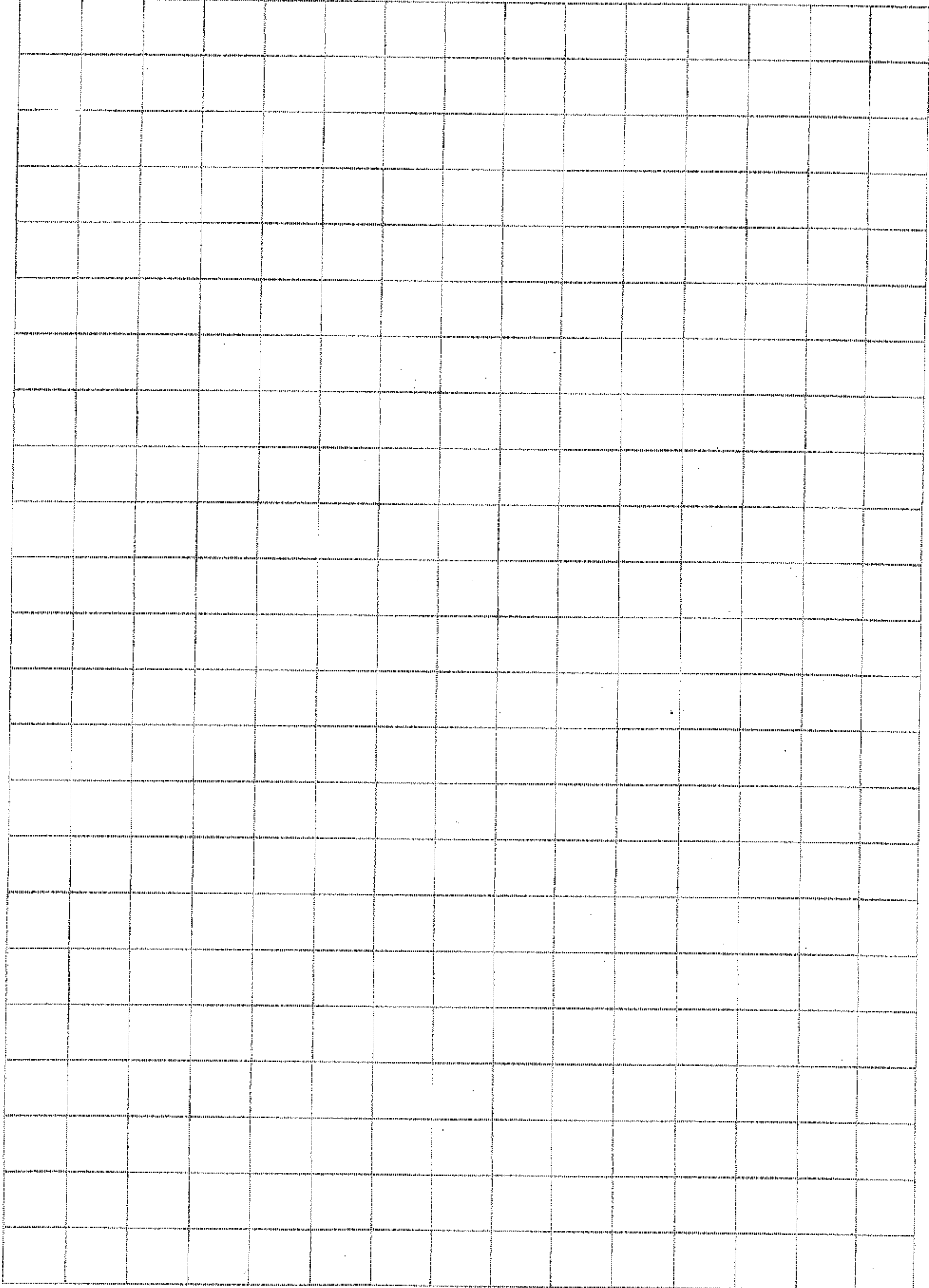
تابع السؤال الثاني :

(b) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم ارسم بيانها

(6 درجات)

ورقة الرسم البياني



السؤال الثالث :

10

(a) لتكن الدالة $f : f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة $g : g(x) = \sqrt{x}$

(4 درجات)

إبحث إتصال الدالة $(g \circ f)$ عند $x = -1$

تابع السؤال الثالث :

$$f(x) = x + \frac{4}{x} : [1,4] \text{ متصلة على } f$$

(6 درجات)

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$

السؤال الرابع

10

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases} \quad : f \text{ لتكن الدالة } (a)$$

(6 درجات)

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

تابع السؤال الرابع :

(b) أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها $n=81$ ومتوسطها الحسابي هو $\bar{x} = 50$ وانحرافها المعياري $S=9$ باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(4 درجات)

(3) فسر فترة الثقة

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-3) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2, 3]$ فإن $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$

(3) إذا كانت الدالة $f : \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو \mathbb{R}

ثانيا : في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ هي :

(a) 0

(b) $-\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{4}$

(d) غير موجوده

(5) إذا كانت الدالة $f : \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & : x \neq 0 \\ a & : x = 0 \end{cases}$ متصلة عند $x = 0$ فإن a تساوي

(a) 4

(b) $-\frac{1}{4}$

(c) -4

(d) $\frac{1}{4}$

(6) إن الدالة $f : f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ لوجود

(a) مماس عمودي

(b) انفصال

(c) ناب

(d) ركن

القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

10

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

(6 درجات)

الحل :

$$1 \quad \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3} = \frac{\sqrt{x^2(1 - \frac{3}{x})}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 - \frac{3}{x})} \quad \text{عندما } x > 0 \text{ يكون } |x| = x$$

$$1 \quad \frac{x \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 - \frac{3}{x})}$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} = 1 - 0 = 1, 1 \neq 0$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = 1, 1 > 0$$

$$0.5 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{3}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)} = \sqrt{1} = 1$$

$$1.5 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 - \frac{3}{x})} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{3}{x})} = \frac{1}{1} = 1$$

تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد ميل المماس $(\frac{dy}{dx})$ للمنحنى الذي معادلته :

$$2y = x^2 - \cos y \quad \text{عند النقطة } A(1,0)$$

الحل :

(4 درجات)

2

$$2y = x^2 - \cos y$$

$$2y' = 2x - y'(-\sin y)$$

$$2y' = 2x + y' \sin y$$

$$2y' - y' \sin y = 2x$$

0.5

$$y'(2 - \sin y) = 2x$$

0.5

$$y' = \frac{2x}{2 - \sin y}$$



ميل المماس للمنحنى عند النقطة $A(1,0)$ هو :

1

$$m = y' \Big|_{x=1, y=0} = \frac{2}{2 - \sin 0} = 1$$

أو

$$2y' = 2(1) + y' \sin(0) \quad (1)$$

$$2y' = 2 + 0 \quad (2)$$

$$y' = 1 \quad (3)$$

10

السؤال الثاني
(a) اوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحل :

(4 درجات)

$$\begin{aligned} 0.5 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right) \left(\frac{\cos x + 1}{\cos x + 1} \right) \right) \\ 0.5 \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin x (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1} \right) \\ 0.5 \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin x (\cos x + 1)}{-\sin^2 x} \right) \\ 0.5 \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\left(\frac{-x}{\sin x} \right) (\cos x + 1) \right) \\ 0.5 \quad &= -\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + 1) \\ 0.5 + 0.5 \quad &= -1 \cdot (\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x) + \lim_{x \rightarrow 0} (1)) \\ 0.5 \quad &= -1(1 + 1) \end{aligned}$$



تابع السؤال الثاني :

(b) ادرس تغير الدالة $f : f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم ارسم بيانها

الحل :

(6 درجات)

f دالة كثيرة حدود مجالها \mathbb{R}
توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

0.5 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3) = \infty$

توجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

0.5 $f'(x) = 6x^2 - 6$

0.5 $f'(x) = 0$

0.5 $6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 6(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1, x = -1$

$x = 1 \Rightarrow f(1) = -3$

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$



∴ نقطة حرجة $(1, -3)$

∴ نقطة حرجة $(-1, 5)$

تكون الجدول لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$	-1	1	∞
0.5 الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 1)$	$(1, \infty)$	
0.5 إشارة f'	+++	---	+++	
0.5 سلوك الدالة f	↗↗	↘↘	↗↗	

منحنى الدالة f متناقص على الفترة $(-1, 1)$

و متزايد على كلا من الفترة $(1, \infty)$ و الفترة $(-\infty, -1)$

$(-1, 5)$ نقطة عظمى محلية

$(1, -3)$ نقطة صغرى محلية

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 12x$$



$$f''(x) = 0$$

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$



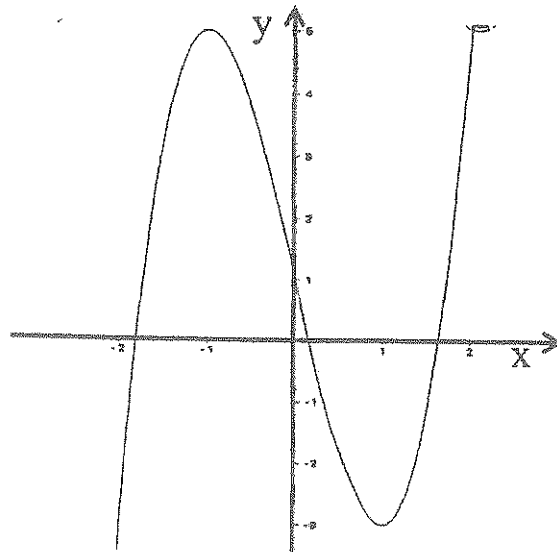
الفترة	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة f''	- - -	+ + +
التقعر	مقعر لأسفل 	مقعر لأعلى 

من الجدول نجد أن :

بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترة $(0, \infty)$ ، بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$

النقطة $(0,1)$ نقطة انعطاف

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	5	1	-3	5
	نقطة إضافيه	نقطة عظمى محليه	نقطة انعطاف	نقطة صغرى محليه	نقطة إضافيه



0.5

0.5

0.5

1

السؤال الثالث :

10

(a) لتكن الدالة $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة $g(x) = \sqrt{x}$

ابحث إتصال الدالة $(g \circ f)$ عند $x = -1$

(4 درجات)

الحل :

0.5

0.5

0.5

1

0.5

0.5

0.5

الدالة f كثيرة حدود متصلة على \mathbb{R} ،

الدالة f متصلة عند $x = -1$ (1)

$$f(-1) = 1 - 3(-1) = 4$$

∴ الدالة g دالة جذر تربيعي متصلة على $[0, \infty)$

∴ دالة g متصلة عند $x = 4$ ✓ أوجها

أي أن g متصلة عند $f(-1)$ (2)

من (1) ، (2) نجد أن الدالة $g \circ f$ متصلة عند $x = -1$



حل آخر

1/2

$$(g \circ f)(x) = g[x^2 - 3x] = \sqrt{x^2 - 3x}$$

مجال تعريفه هو $\{x : x^2 - 3x \geq 0, x \in \mathbb{R}\}$

1/2

$$x[x - 3] \geq 0$$



مجاله هو $\mathbb{R} - (0, 3)$

1/2

$$(g \circ f)(x) = \sqrt{h(x)}$$

1/2

$h(x) = x^2 - 3x$ متصلة عند $x = -1$ لنز من متصلة

1

على كل من $[-\infty, 0]$ و $[3, \infty)$

1/2

$$h(-1) > 0 \iff h(-1) = 4$$

1/2

$$\therefore (g \circ f)(x) \text{ متصلة عند } x = -1$$

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1, 4]$: $f(x) = x + \frac{4}{x}$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1, 4]$

(6 درجات)

الحل :

∴ الدالة متصلة على $[1, 4]$

∴ الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 1, x = 4$.

0.5 $f(4) = 4 + 1 = 5$

0.5 $f(1) = 1 + 4 = 5$

$f(x) = x + \frac{4}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$

1 $f'(x) = 0$

1.5 $1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2, x = -2$

0.5 $x = -2 \notin (1, 4)$

0.5 $x = 2 \in (1, 4)$

0.5 $f(2) = 4$



∴ النقطة $(2, 4)$ نقطة حرجة.

x	1	4	2
$f(x)$	5	5	4

من الجدول :

أكبر قيمة للدالة f في الفترة $[1, 4]$ هي 5

0.5 ∴ 5 قيمة عظمى مطلقة.

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[1, 4]$ هي 4

0.5 ∴ 4 قيمة صغرى مطلقة.

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة f :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن

الحل :

(6 درجات)

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{نبحث} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 1)$$

$$f'_-(1) = 2 \dots \dots \dots (1)$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2\sqrt{x} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 1^+} (1) = 1 + 1 = 2, 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} (2)}{\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$f'_+(1) = 1 \dots \dots \dots (2)$$

من (1) و (2) نجد : $f'_+(1) \neq f'_-(1)$ وبالتالي $f'(1)$ غير موجودة

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{غير موجودة} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases} \quad \text{ومنه :}$$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

جدول الإجابة



(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

10

الدرجة :

دولة الكويت
وزارة التربية
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(a) أوجد :

10

(5 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الأول :

(5 درجات)

(b) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

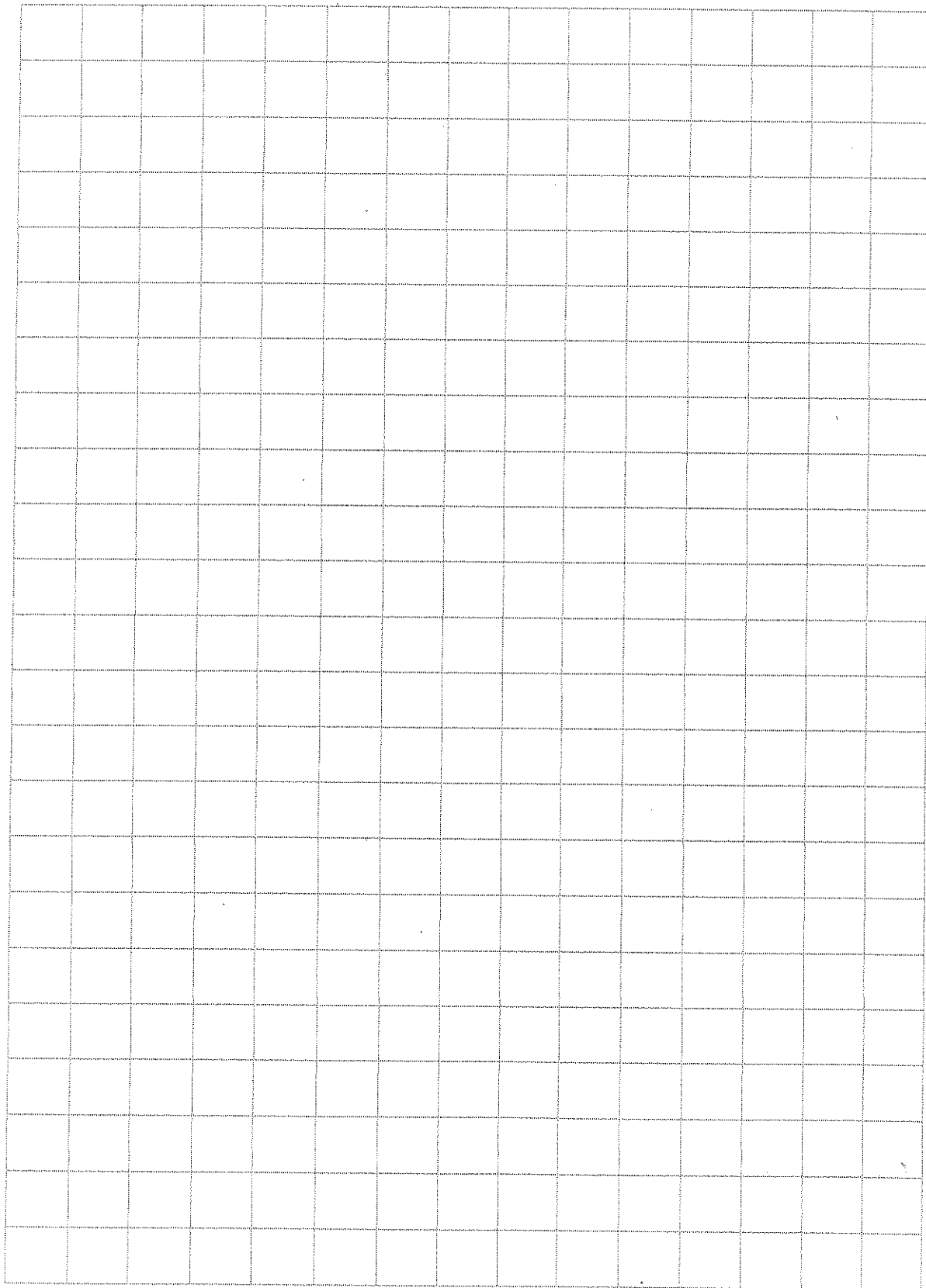
السؤال الثاني

10

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x$ وارسم بيانها

(7 درجات)

ورقة الرسم البياني



إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الثاني :

(b) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائية أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينته معينه يساوي 290 ديناراً كويتياً ، فإذا أخذت عينه عشوائيه مكونه من 10 منازل فتيبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ وانحرافها المعياري $S=32$ فهل يمكن الإعتماد على هذه العينه لتأكيد ما إفترضه المدير
إستخدم مستوى ثقته 95% (علماً بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (3 درجات)

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الثالث :

10

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة $f(x) = \frac{5x-7}{x^2-2}$:

(5 درجات)

عند النقطة $A(1, 2)$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الثالث :

(b) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi (-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانه بدلالة إرتفاعها h

أوجد الإرتفاع $h (cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانه

(5 درجات)

ثم أوجد هذا الحجم .

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

السؤال الرابع

10

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & , \quad x \leq 1 \\ 3x-2 & , \quad x > 1 \end{cases} : g \text{ لتكن الدالة } (a)$$

(5 درجات)

أوجد إن أمكن $g'(1)$.

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

تابع السؤال الرابع :

(5 درجات)

(b) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسي الثاني للصف الثاني عشر علمي 2014/ 2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولاً : في البنود (1-3) ظل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{(3-x)^9} = -\infty \quad (1)$$

$$(2) \quad \text{إذا كانت } f(x) = \sin 2x \text{ فإن } f'(x) = 2 \cos 2x$$

$$(3) \quad \text{إذا كانت } f \text{ دالة متصله عند } x=c \text{ فإن الداله } g(x) = \sqrt{f(x)} \text{ متصله عند } x=c$$

ثانياً : في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2 - x + 3}} = \quad (4)$$

(a) -1

(b) $\frac{-1}{2}$

(c) $\frac{1}{2}$

(d) 1

$$(5) \quad \text{تكن الدالتين } f(x) = x^2 + 3 \text{ , } g(x) = 5x + 1$$

فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي:

(a) $5x^2 + 16$

(b) $25x^2 + 10x + 4$

(c) $10x$

(d) $50x + 10$

(6) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[-2, 3]$ هي $f(x) =$

(a) $\sqrt[3]{x}$

(b) $\tan x$

(c) $\sqrt{9 - x^2}$

(d) $\frac{1}{x}$

(7) إذا كانت $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ يساوي

(a) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(b) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(d) $-64(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ فإن $\frac{dy}{dx} =$

(a) $\frac{y-x}{3y-x}$

(b) $\frac{y+x}{3y-x}$

(c) $\frac{x-y}{3y-x}$

(d) $\frac{y-x}{3y+x}$

(9) إذا كانت f دالة كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

(a) $f''(c)=0$

(b) $f'(c) = 0$

(c) $f(c) = 0$

(d) غير موجودة $f''(c)$

(10) القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 96.6% هي :

(a) 2.21

(b) 2.17

(c) 21.2

(d) 2.12

إنتهت الأسئلة ،،،
مع التمنيات بالتوفيق و النجاح

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : 90 دقيقة
عدد الأوراق : (9)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى
الصف الثاني عشر علمي
العام الدراسي 2016 / 2015 م

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال
أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

11

السؤال الأول :

(أ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{3 - \sqrt{x}}$$

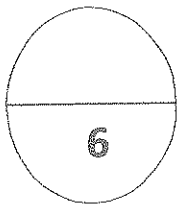
5

(1)

تابع السؤال الأول :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3}$$



السؤال الثاني :

(أ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

11

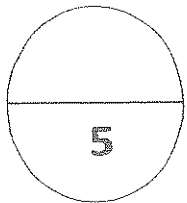
6

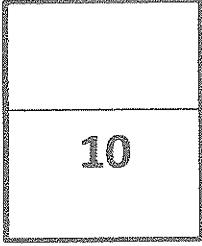
(3)

تابع السؤال الثاني :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \tan x + x^2 \cos x}{5x}$$

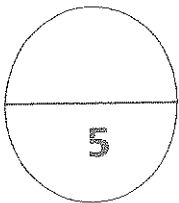




السؤال الثالث :

(أ) لتكن $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

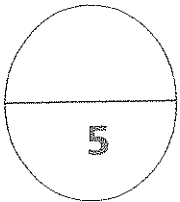
ابحث اتصال الدالة f عند $x = 5$



تابع السؤال الثالث :

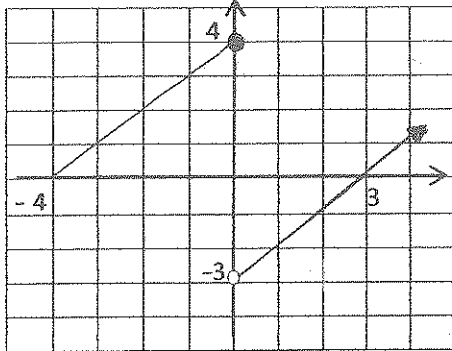
(ب) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases}$$



القسم الثاني: أسئلة الموضوعي

أولاً : في البنود من (1-3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، (b) إذا كانت العبارة خاطئة .



(1) في الرسم البياني المقابل $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$

(2) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{(x-2)^7} = -\infty$

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ وكان $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - 2) = -1$ فإن $f(-1) = 1$

في البنود (4-8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} =$

- (a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $-\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$

(5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2} =$

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) ∞ (d) $-\infty$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x \cos x} =$

- (a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

(7) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي :

- (a) 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

(8) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2, 3]$ فإن :

- (a) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(3)$
(c) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$ (d) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(-2)$

المجال الدراسي : الرياضيات
الزمن : 90 دقيقة
عدد الأوراق : (9)

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى
الصف الثاني عشر علمي
العام الدراسي 2015/ 2016 م

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

القسم الأول : أسئلة المقال
أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل في كل منها)

السؤال الأول :

(أ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{3-\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$1$$

$$1$$

$$1$$

$$\begin{aligned} \frac{x-9}{3-\sqrt{x}} &= \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{-(\sqrt{x}-3)} \\ &= -(\sqrt{x}+3) \quad x \neq 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{x-9}{3-\sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow 9} -(\sqrt{x}+3) = -(\lim_{x \rightarrow 9} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 9} 3) \\ &= -(\sqrt{9}+3) \\ &= -(3+3) \\ &= -6 \end{aligned}$$

تراجعة الكتلون الكثرى

5

(1)

تابع السؤال الأول :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3}$$

$$\begin{array}{r|cccccc} 3 & 1 & 0 & -7 & 0 & -18 \\ & & 3 & 9 & 6 & 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 3 & 2 & 6 & 0 \end{array}$$

$$\therefore \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3} = x^3 + 3x^2 + 2x + 6$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + 3x^2 + 2x + 6) \quad x \neq 3$$

$$= (3)^3 + 3(3)^2 + 2(3) + 6$$

$$= 66$$

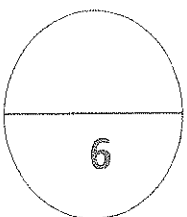
$\frac{1}{x}$

$\frac{1}{x} + 1$

1

$\frac{1}{x}$

$\frac{1}{x}$



تراجع الحلون الرجى فرى

السؤال الثاني :

(أ) أوجد :

11

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

$\frac{1}{\sqrt{\quad}}$

$$\frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}} = \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1 - \frac{9}{x^2})}} = \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{|x| \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}}$$

$\frac{1}{\sqrt{\quad}}$

$$= \frac{x(3 - \frac{5}{x})}{-x \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} \quad , |x| = -x : x < 0$$

$\frac{1}{\sqrt{\quad}}$

$$= \frac{3 - \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}}$$

|

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{9}{x^2}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (1) - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9}{x^2} = 1 - 0 = 1 > 0$$

|

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1 - \frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - \frac{9}{x^2})} = \sqrt{1} = 1 \neq 0 \text{ (المقام)}$$

|

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} (3 - \frac{5}{x}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (3) - \lim_{x \rightarrow -\infty} (\frac{5}{x}) = 3 - 0 = 3$$

$\frac{1}{\sqrt{\quad}}$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}} &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 - \frac{5}{x}}{-\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 - \frac{5}{x})}{\lim_{x \rightarrow -\infty} -\sqrt{1 - \frac{9}{x^2}}} = \frac{3}{-1} = -3 \end{aligned}$$

تراجعة الحلول التي اخرى

6

(٣)

تابع السؤال الثاني :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \tan x + x^2 \cos x}{5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \tan x + x^2 \cos x}{5x}$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3 \tan x}{5x} + \frac{x^2 \cos x}{5x} \right)$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{\tan x}{x} + \frac{x \cos x}{5} \right)$$

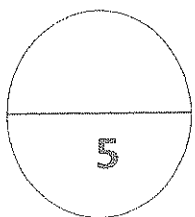
$$1 \frac{1}{5} = \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3}{5} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} \right) + \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{5} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right)$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \left(\frac{3}{5} \cdot 1 \right) + \left(0 \cdot 1 \right)$$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

تراجع الكولون الأخرى

(٤)



10

السؤال الثالث :

(أ) لتكن $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 5$

$\frac{1}{5} + \frac{1}{5}$

نفرض أن $g(x) = |x|$, $h(x) = x^2 - 3x + 2$

$f(x) = (g \circ h)(x)$

$= g(h(x)) = |x^2 - 3x + 2|$

① h دالة متصلة عند $x=0$

$h(0) = (0)^2 - 3(0) + 2 = 2$

g دالة متصلة عند $x=2$

② أي أن g دالة متصلة عند $h(0)$

من ① ②

∴ $g \circ h$ متصلة عند $x=0$

∴ الدالة f متصلة عند $x=0$

تراجع الحل الأفرع

5

(٥)

تابع السؤال الثالث :

(ب) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} 5 & : x = 1 \\ ax + b & : 1 < x < 4 \\ b + 8 & : x = 4 \end{cases}$$

1 | $\{1\} \cup (1, 4) \cup \{4\} = [1, 4] : f$ على

$\frac{1}{2}$ | f دالة متصلة على مجالها $[1, 4]$

f متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين

$\frac{1}{2}$ | $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (ax + b) = 5$$

$$a + b = 5 \rightarrow a = 5 - b \quad \text{--- ①}$$

$\frac{1}{2}$ | f متصلة عند $x=4$ من جهة اليسار

$\frac{1}{2}$ | $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = f(4)$

$$4a + b = b + 8$$

وبالتعويض في ① $a =$

$$4a = 8$$

$$a = 2$$

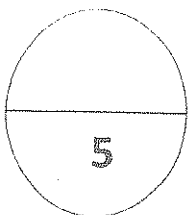
$$a = 5 - b$$

$$2 = 5 - b$$

$$b = 3$$

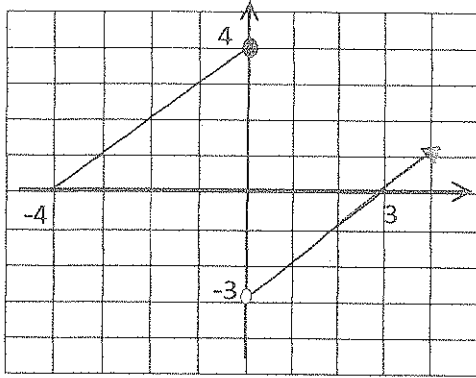
بالتعويض في المعادلة ①

تراجع الحلون الأخرى



القسم الثاني: أسئلة الموضوعي

أولاً : في البنود من (1-3) عبارات ظل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، (b) إذا كانت العبارة خاطئة.



$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 4$$

في الرسم البياني المقابل

(1)

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{(x-2)^7} = -\infty$$

(2)

إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ وكان $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - 2) = -1$ فإن $f(-1) = 1$

(3)

في البنود (4-8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} =$$

(4)

(a) $-\frac{1}{2}$

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{1}{4}$

(d) $\frac{1}{4}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2} =$$

(5)

(a) $\frac{1}{2}$

(b) 0

(c) ∞

(d) $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x \cos x} =$$

(6)

(a) 0

(b) 1

(c) $\frac{1}{2}$

(d) $\frac{2}{3}$

(7) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي :

- (a) 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

(8) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2, 3]$ فإن :

- (a) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ (b) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(3)$
(c) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$ (d) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(-2)$

اجابة البنود الموضوعية

درجة لكل بند

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b	c	d
(2)	a	b	c	d
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d

تمنياتنا لكم بالتوفيق

8

المصحح :

المراجع :

وزارة التربية

اختبار الفترة الدراسية الأولى

المادة : الرياضيات

الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية

العام الدراسي : 2015 - 2016 م

عدد الأوراق : 8 أوراق

التوجيه الفني للرياضيات

الصف : [الثاني عشر علمي]

الزمن : ساعة ونصف

السؤال الأول :

(a) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

12

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

تابع السؤال الأول:

أوجد قيمة كل من الثابتين a ، b إذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{ax^2 + bx - 3} = -1$

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

السؤال الثاني :

12

(a) نتكن $f(x) = |x^2 + 6x + 5|$ ابحت اتصال الدالة f عند $x = 2$

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

تابع السؤال الثاني :

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[1, 3]$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x=1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 6 & : x=3 \end{cases}$$

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

السؤال الثالث:

10

(a) أوجد إن أمكن $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{|x - 2|}$

5

(b) أوجد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x}$

5

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

السؤال الرابع : بنود موضوعية :

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل
(a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{(x-2)} = -\infty$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة
الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون :

(a) $\frac{1}{|x-2|}$

(b) $\sqrt{x-2}$

(c) $\frac{|x-2|}{x-2}$

(d) $\begin{cases} x^2-3 & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \leq 2 \end{cases}$

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي :

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

(6) لتكن الدالة $f : f(x) = x^2 + 3$ حيث $x \neq 0$ ، الدالة $g : g(x) = \frac{x}{x-3}$ ، فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$

(b) $\frac{x^2}{x^2 - 3}$

(c) $\frac{x^2 + 3}{x^2}$

(d) $\frac{x^2}{x^2 + 3}$

(7) الدالة $f : f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

(a) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

(b) $(5, \infty)$

(c) R

(d) $(-5, 5)$

(8) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x+2}} =$

(a) 12

(b) -12

(c) 4

(d) -4

انتهت الأسئلة ومع تمنيات توجيه الرياضيات لكم بالتوفيق والنجاح

السؤال الأول :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

(a) أوجد إن أمكن :

الحل :

بالتعويض المباشر عن $x = 3$ في البسط والمقام نحصل على صيغه معينة $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3}$

$$\frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3} \times \frac{\sqrt{x^2 + 7} + 4}{\sqrt{x^2 + 7} + 4} = \frac{x^2 + 7 - 16}{(x^2 - 4x + 3)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}$$

$$\frac{x^2 - 9}{(x^2 - 4x + 3)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)} = \frac{(x - 3)(x + 3)}{(x - 1)(x - 3)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}$$

$$= \frac{(x + 3)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}, \quad x \neq 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7) = 16 > 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + 7} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 7)} = \sqrt{16} = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x - 1) (\sqrt{x^2 + 7} + 4) = \lim_{x \rightarrow 3} (x - 1) \cdot \lim_{x \rightarrow 3} (\sqrt{x^2 + 7} + 4)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} (x - 1) \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + 7} + \lim_{x \rightarrow 3} 4 \right)$$

$$= 2 \cdot (4 + 4) = 16 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 3)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow 3} (x + 3)}{\lim_{x \rightarrow 3} (x - 1)(\sqrt{x^2 + 7} + 4)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

تابع السؤال الأول:

أوجد قيمة كل من الثابتين a ، b إذا كانت $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1$

الحل :

1

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1, -1 \neq 0$$

1

∴ درجة البسط تساوي درجة المقام

1

$$ax^2 = 0 \Rightarrow a = 0$$

معامل

2

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{bx-3} = -1,$$

$$\frac{1}{b} = -1 \Rightarrow b = -1$$

السؤال الثاني :

12

(a) لتكن $f(x) = |x^2 + 6x + 5|$ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 2$

الحل :

نفرض أن $g(x) = |x|$ ، $h(x) = x^2 + 6x + 5$

ف نجد أن :

$$f(x) = (g \circ h)(x) = g(h(x)) = |x^2 + 6x + 5|$$

h داله متصله عند $x=2$(1)

$$h(2) = 4 + 12 + 5$$

$$h(2) = 21$$

g داله متصله عند $x=21$

أي أن g متصله عند $x=h(2)$(2)

من (1) ، (2) الدالة $g \circ h$ هي داله متصله عند $x=2$

0.5

1

0.5

0.5

0.5

0.5

0.5

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[1, 3]$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 6 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل :

$$f(x) = x^2 - 3 \quad : x \in (1,3)$$

$$\forall c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} (x^2 - 3) = c^2 - 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3)$$

f متصلة على $(1,3)$(1)

ندرس إتصال الدالة f عند $x=1$ من اليمين

$$f(1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) = 1 - 3 = -2 = f(1)$$

الدالة f متصلة عند $x=1$ من اليمين.....(2)

ندرس إتصال الدالة f عند $x=3$ من اليسار

$$f(3) = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 3) = 9 - 3 = 6 = f(3) \Rightarrow$$

الدالة f متصلة عند $x=3$ من اليسار.....(3)

من (1)، (2)، (3) f متصلة على $[1, 3]$

0.5

1

1

0.5

0.5

0.5

1

0.5

0.5

1

0.5

0.5

السؤال الثالث:

(a) أوجد إن أمكن

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{|x - 2|}$$

الحل :

$$\frac{1}{|x - 2|} = \begin{cases} \frac{1}{x - 2} & x > 2 \\ \frac{-1}{x - 2} & x < 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{|x - 2|} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{x - 2} = \infty ,$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{|x - 2|} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-1}{x - 2} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{|x - 2|} = \infty$$

1

1.5

1.5

1

5

(b) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x}$$

الحل :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{2x^2 - x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x(2x - 1)} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \left(\frac{1}{2x - 1} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{2x - 1} \right)$$

$$= (1) (-1) = -1$$

1

1.5

1

1.5

5

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

السؤال الرابع : بنود موضوعية :

أولاً: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظل
(a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

$$(1) \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1}{(x-2)} = -\infty$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$$

ثانياً: في البنود من (4) إلى (8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظل في ورقة الإجابة
الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون :

(a) $\frac{1}{|x-2|}$

(b) $\sqrt{x-2}$

(c) $\frac{|x-2|}{x-2}$

(d) $\begin{cases} x^2-3 & : x > 2 \\ 3x-5 & : x \leq 2 \end{cases}$

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي :

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

(6) لتكن الدالة $f(x) = x^2 + 3$ حيث $x \neq 0$ ، الدالة g ، $g(x) = \frac{x}{x-3}$ ، فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$

(b) $\frac{x^2}{x^2 - 3}$

(c) $\frac{x^2 + 3}{x^2}$

(d) $\frac{x^2}{x^2 + 3}$

(7) الدالة $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-25}}$ متصلة على

(a) $(-\infty, \frac{1}{2}]$

(b) $(5, \infty)$

(c) R

(d) $(-5, 5)$

(8) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{x+8}{\sqrt[3]{x}+2} =$

(a) 12

(b) -12

(c) 4

(d) -4

انتهت الأسئلة ومع تمنيات توجيه الرياضيات لكم بالتوفيق و النجاح

تابع اختبار الفترة الدراسية الأولى للصف (الثاني عشر علمي) العام الدراسي (2015 / 2016 م)

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(2)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(3)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(4)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input checked="" type="radio"/>
(5)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(6)	<input type="radio"/> a	<input type="radio"/> b	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> d
(7)	<input type="radio"/> a	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d
(8)	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/> b	<input type="radio"/> c	<input type="radio"/> d

8

لكل بند درجة واحدة فقط

المجال الدراسي : الرياضيات

القسم العلمي

الزمن : ساعة ونصف

امتحان الفترة الأولى للصف الثاني عشر للنظام الموحد

للعام الدراسي ٢٠١٥/٢٠١٦ م

وزارة التربية

منطقة العاصمة التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات

القسم الأول (أسئلة المقال)

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول :

12 درجة

6

درجات

$\lim_{x \rightarrow -\infty}$

$$\frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

(a) أوجد

6
درجات

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + 9} & : x \leq 0 \\ \frac{6}{x+3} & : x > 0 \end{cases} \quad (b) \quad \text{لتكن } f$$

إدرس اتصال الدالة f على مجالها

10 درجات

السؤال الثاني:

5
درجات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

(a) أوجد

5
نرجات

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases} \quad (b) \text{ لتكن } f$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$

10 درجات

5
درجات

السؤال الثالث :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2}$$

(a) أوجد

5

درجات

(b) لتكن $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x + 4}$ ابحث اتصال الدالة $(g \circ f)$ عند $x = -2$

القسم الثاني : البنود الموضوعية :

أولاً : في البنود من [1-3] ظل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
 (b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) إذا كانت الدالة f معرفة في جوار العدد c فإن $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ موجودة .

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + x - 3x^3) = -\infty \quad (2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0 \quad (3)$$

ثانياً : في البنود [4-8] لكل بند أربع اختبارات واحدة منها فقط صحيحة . ظل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها .

$$f(x) = \begin{cases} 2ax - 2 & : x \neq a \\ 3a & : x = a \end{cases} \quad (4) \quad \text{إذا كانت } f \text{ متصلة عند } x = a$$

فإن a يمكن ان تساوي :

- (a) -1 (b) 0 (c) 2 (d) 1

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & : x \geq 1 \\ \frac{x^2 - x}{1 - x} & : x < 1 \end{cases} \quad (5) \quad \text{لتكن الدالة } f \text{ ليست متصلة على الفترة}$$

- (a) $[1, \infty)$ (b) $(-\infty, 1)$ (c) $[-4, 1]$ (d) ليس أي مما سبق صحيحاً

(6) لتكن الدالة $f : f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x) = x^2 + 3$ فإن الدالة $(f \circ g)(x)$ تساوي

- (a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$ (b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ (c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

(7) إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$ وكان $f(1) = 4$ فإن :

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - 3|x|) =$$

(a) 5

(b) 3

(c) 1

(d) 4

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3} =$$

(8)

(a) 9

(b) 0

(c) -3

(d) -9

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات

القسم الأول (أسئلة المقال)

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول :

12 درجة

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-9}}$$

$$g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \frac{x(2-\frac{3}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}}$$

$$g(x) = \frac{x(2-\frac{3}{x})}{|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} \quad \because x < 0 \quad \therefore |x| = -x \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$g(x) = \frac{x(2-\frac{3}{x})}{-x\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{-(2-\frac{3}{x})}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} (1-\frac{9}{x^2}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 1 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9}{x^2} = 1-0=1 \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1-\frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} (1-\frac{9}{x^2})} = \sqrt{1}=1 \quad \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-(2-\frac{3}{x})) = -(\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x}) \quad \frac{1}{2}$$

$$= -(2-0) = -2 \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-(2-\frac{3}{x})}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{\lim_{x \rightarrow -\infty} -(2-\frac{3}{x})}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{-2}{1} = -2 \quad 1$$

6
درجات

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+9} & : x \leq 0 \\ \frac{6}{x+3} & : x > 0 \end{cases} \quad \text{تكن } f \quad (b)$$

$Df = R$

إدرس اتصال الدالة f على مجالها
مجال الدالة f

$g(x) = \sqrt{x^2+9} = \sqrt{h(x)}$

$h(x) = x^2+9 \geq 0 \quad \forall x \in R$

$h(x) \geq 0$ في الفترة $(-\infty, 0]$ \therefore

$\therefore h$ متصل لكل $x \in R$ \therefore متصل على $(-\infty, 0]$

$\therefore g(x) = \sqrt{x^2+9} = \sqrt{h(x)}$

متصل على $(-\infty, 0]$

$\therefore f(x) = g(x)$ في الفترة $(-\infty, 0]$

① f متصل على $(-\infty, 0]$

$\forall x \in R - \{-3\}$ متصل $t(x) = \frac{6}{x+3}$

$(0, \infty)$ متصل على t \therefore

$f(x) = t(x) \quad \forall x \in (0, \infty)$

② f متصل على $(0, \infty)$

نثبت اتصال f عند $x=0$ من اليمين

$f(0) = \sqrt{0+9} = 3$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6}{x+3} = \frac{6}{0+3} = 2, \quad (0+3)=3$
 $2 \neq 3$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq f(0)$

③ f ليست متصل عند $x=0$ من اليمين \therefore

من (2) و (3) f متصل على $(-\infty, 0]$ و $(0, \infty)$

1/2

1/2

1/2

1/2

1/2

1/2

1/2

1/2

1/2

1/2

1/2

1/2

10 درجات

السؤال الثاني:

5 درجات

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

(a) أوجد

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} \times \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} && \frac{1}{2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 (1 + \cos x)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 (1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x} && \frac{1}{2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x) && \frac{1}{2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) && \frac{1}{2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) && \frac{1}{2} \\ &= \left(\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left(\lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right) && \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= (1)^2 \cdot (1 + 1) && \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \\ &= 1 \times 2 \\ &= 2 && \frac{1}{2} \end{aligned}$$

5
درجات

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases} \quad (b) \text{ لتكن } f$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{x+1} - 2x & : x > -1 \\ 2 & : x = -1 \\ -\frac{(x+1)}{x+1} - 2x & : x < -1 \end{cases}$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & : x > -1 \\ 2 & : x = -1 \\ -1 - 2x & : x < -1 \end{cases}$$

$$f(-1) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (1 - 2x) = 1 - 2(-1) = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} (-1 - 2x) = -1 - 2(-1) = 1$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$$

$\therefore \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ غير موجودة
 $x = -1$ عند $x = -1$ لست متصلة

5

درجات

(b) لنكن $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$ ابحث اتصال الدالة $(g \circ f)$ عند $x = -2$

$$f(x) = 2x^2 - 3$$

f دالة كثيرة حدود متصلة عند كل $x \in \mathbb{R}$

① \leftarrow f متصلة عند $x = -2$ \therefore

$$\textcircled{2} \leftarrow f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$$

$$h(x) = x + 4 \quad \text{بفرضنا}$$

h متصلة عند $x = 5$ أي $x = f(-2)$

$$h(5) = 9 \quad , \quad 9 > 0$$

$\therefore g$ متصلة عند $x = 5$

أي g متصلة عند $x = f(-2)$

③ \leftarrow

$x = -2$ في $(g \circ f)$ متصلة عند $x = -2$ \therefore الاتصال

$\frac{1}{2}$
1

1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

القسم الثاني : البنود الموضوعية :

- أولاً : في البنود من [1-3] ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) إذا كانت الدالة f معرفة في جوار العدد c فإن $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ موجودة .

(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^2 + x - 3x^3) = -\infty$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$

- ثانياً : في البنود [4-8] لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة . ظلل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها .

(4) إذا كانت f متصلة عند $x = a$ $f(x) = \begin{cases} 2ax - 2 & : x \neq a \\ 3a & : x = a \end{cases}$

فإن a يمكن ان تساوي :

- (a) -1 (b) 0 (c) 2 (d) 1

(5) لتكن الدالة f ليست متصلة على الفترة ، $f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & : x \geq 1 \\ \frac{x^2 - x}{1 - x} & : x < 1 \end{cases}$

- ليس أيًا مما سبق صحيحاً (d) $[-4, 1]$ (c) $(-\infty, 1)$ (b) $[1, \infty)$ (a)

(6) لتكن الدالة $f : \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x) = x^2 + 3$ فإن الدالة $(f \circ g)(x)$ تساوي

- (a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$ (b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ (c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

(7) إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$ وكان $f(1) = 4$ فإن :

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - 3|x|) =$$

(a) 5

(b) 3

(c) 1

(d) 4

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3} = \quad (8)$$

(a) 9









(b) 0

(c) -3

(d) -9

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات

إجابة البنود الموضوعية

1	a		c	d
2	a		c	d
3	a		c	d
4	a	b		d
5	a	b		d
6	a	b	c	
7	a	b		d
8		b	c	d

الدرجة

8