

دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م  
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 13 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

( a ) أوجد

14

( 6 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

(8 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) إذا كانت :  $f(x) = 2x + 1$  ,  $g(x) = x^3$

(1) أوجد  $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة  $(g \circ f)(x)$  عند النقطة  $A(0, 1)$

السؤال الثاني:

14

$$(a) \text{ لتكن } f : \sqrt{x^2 - 7x + 10}$$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة  $f$  ثم ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-1, 1]$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$y' = (y \cdot \csc x)^2$$

أثبت أن



تابع السؤال الثالث:

(6 درجات)

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها  $8 \text{ cm}$  واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

السؤال الرابع:

14

( a ) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

( 9 درجات )

ثم ارسم بيانها





تابع السؤال الرابع:

(5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث  $n = 40$  والانحراف المعياري لمجتمع الإناث  $\sigma = 12.5$  ، والمتوسط الحسابي للعينة  $\bar{x} = 76.3$  .

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3 \quad (1)$$

$$a = -3, b = -2 \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1 \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

$$(3) \text{ الدالة } f : f(x) = x|x| \text{ قابلة للإشتقاق } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(4) \text{ الدالة } f : f(x) = \sqrt[3]{x-1} \text{ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة } [-1, 2]$$

ثانياً : في البنود (5-14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$(5) \text{ إذا كانت الدالة } f : f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} \text{ فإن } f'(1) \text{ تساوي}$$

- (a)  $-\frac{3}{2}$       (b)  $\frac{3}{2}$       (c)  $-3$       (d)  $3$

$$(6) \text{ ميل الناظم لمنحنى الدالة } f : f(x) = \frac{2}{x} \text{ عند } x = -2 \text{ هي}$$

- (a)  $-2$       (b)  $-\frac{1}{2}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $2$

(7) للدالة  $f : f(x) = -3x + 1$  قيمة عظمى مطلقة في  $[0, 3]$  عند

- (a)  $x = 3$       (b)  $x = 1$       (c)  $x = 0$       (d)  $x = -8$

(8) الدالة  $f : f(x) = \frac{x+1}{25-x^2}$  متصلة على :

- (a)  $\mathbb{R}$       (b)  $[-5, 5]$   
(c)  $\mathbb{R} \setminus \{-5, 5\}$       (d)  $(-\infty, 25)$

(9) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -2$  وكانت  $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + f(x)) = 7$

فإن  $f(-2)$  تساوي :

- (a) 3      (b) 5      (c) 9      (d) 11

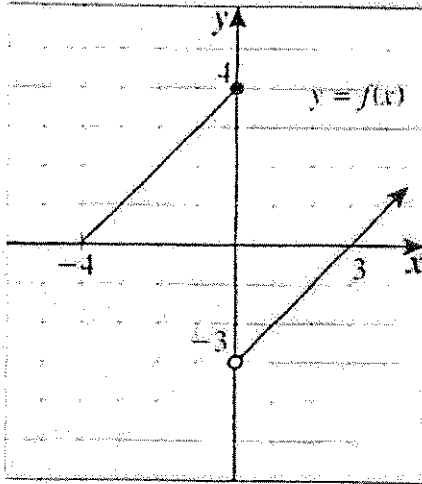
(10) إذا كان  $x^2 + y^2 = 25$  ، فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $\frac{x}{y}$       (b)  $\frac{-x}{y}$       (c)  $2x + 2y$       (d)  $-x$

(11) عدد النقاط الحرجة للدالة  $y = 3x^2 - 9x - 4$  على الفترة  $(-2, 0)$  هو :

- (a) 3      (b) 2      (c) 1      (d) 0

(12) إذا كان الشكل المقابل هو بيان دالة  $f$  فإن العبارة الصحيحة في ما يلي هي :



- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$   
(b)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$   
(c)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$   
(d)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$

(13) أي منحنيات الدوال التالية يكون مقعراً للأسفل في  $(-1, 1)$  :

- (a)  $f(x) = x^3$  (b)  $f(x) = -x^3$   
(c)  $f(x) = x^2$  (d)  $f(x) = -x^2$

(14) إذا كان القرار قبول فرض العدم ، وفترة الثقة  $(-1.96, 1.96)$  فإن قيمة الإختبار  $Z$  يمكن أن تكون :

- (a) -2.5 (b) -2 (c) 1.5 (d) 1.99

انتهت الأسئلة

دولة الكويت

وزارة التربية

نموذج إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2018/2019 م  
المجال الدراسي: الرياضيات الزمن: ساعتان و45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول: أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14
----

(6 درجات)

السؤال الأول:

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x}$$

الحل:

عند التعويض المباشر عن  $x = 2$  في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$1 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \frac{(x+1-3)(x+1+3)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{(x-2)(x+4)}{x(x-2)}$$

$$= \frac{x+4}{x}, \quad x \neq 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+1)^2 - 9}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} x = 2, \quad 2 \neq 0$$

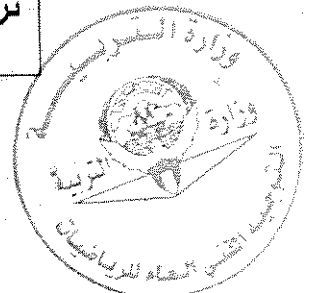
$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+4}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x+4)}{\lim_{x \rightarrow 2} x}$$

$$= \frac{2+4}{2} = 3$$

تراجعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال



(1)



تابع السؤال الأول :

( 8 درجات )

( b ) إذا كانت :  $f(x) = 2x + 1$  ,  $g(x) = x^3$

(1) أوجد  $(g \circ f)'(x)$

(2) أوجد معادلة المماس للدالة  $(g \circ f)(x)$  عند النقطة  $A(0, 1)$

الحل :

1  $(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$  (1)

1  $g'(x) = 3x^2$

1  $g'(f(x)) = 3(2x + 1)^2$

1  $f'(x) = 2$

$(g \circ f)'(x) = 3(2x + 1)^2 (2)$

1  $= 6(2x + 1)^2$

(2) ميل المماس للدالة  $(g \circ f)(x)$  عند  $x = 0$

1  $(g \circ f)'(0) = 6(0 + 1)^2 = 6$

معادلة المماس هي :

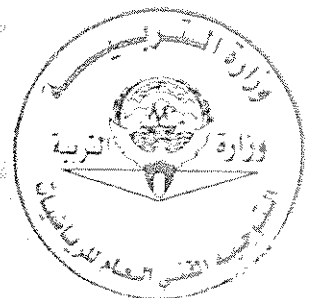
$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 1 = 6(x - 0)$

$6x - y + 1 = 0$



14
----

السؤال الثاني :

(a) لتكن  $f : f(x) = \sqrt{x^2 - 7x + 10}$

(7 درجات)

أوجد مجال الدالة  $f$  ثم ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-1, 1]$

**الحل :**

نفرض أن

$$f(x) = \sqrt{g(x)} \quad , \quad g(x) = x^2 - 7x + 10$$

$$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$$

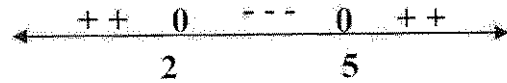
$$x^2 - 7x + 10 \geq 0$$

المعادلة المناظرة :

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x - 2)(x - 5) = 0$$

$$x = 2 \quad , \quad x = 5$$



∴ مجال الدالة  $f$  هو  $(-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

لدراسة اتصال الدالة  $f$  على  $[-1, 1]$

$$g(x) \geq 0 \quad \forall x \in (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$$

∴  $[-1, 1]$  مجموعة جزئية من  $D_f$

$$\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-1, 1] \quad (1)$$

(2) الدالة  $g : g(x) = x^2 - 7x + 10$  متصلة على  $[-1, 1]$  من (1) و (2)

متصلة على  $[-1, 1]$   $f$  الدالة

1/2

1/2

1/2

1

1

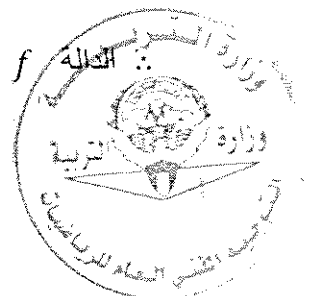
1/2

1/2

1

1

1/2



(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

$$y' = (y \cdot \csc x)^2$$

أثبت أن

الحل:

$$y' = \frac{(\sin x)' (\sin x + \cos x) - (\sin x)(\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x (\sin x + \cos x) - \sin x (\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x \cdot \sin x + \cos^2 x - \sin x \cdot \cos x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$(y \cdot \csc x)^2 = \left( \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} \cdot \frac{1}{\sin x} \right)^2$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= y'$$

$$1 + 1 + 1 + \frac{1}{2}$$

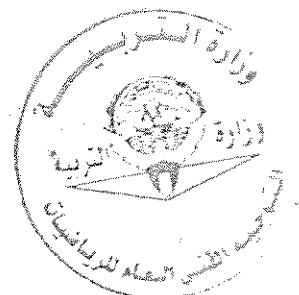
1

$\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}$

1

$\frac{1}{2}$





السؤال الثالث:

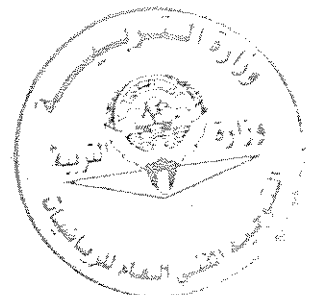
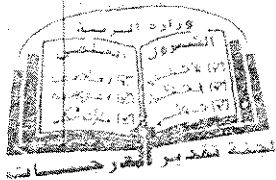
(a) أوجد

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}}$$

الحل:

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{x - 5}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{\sqrt{x^2 \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{|x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \\
 &= \frac{x \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{x \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \quad |x| = x : x > 0 \\
 &= \frac{1 - \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} \quad : x \neq 0 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x} - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^2} \\
 &= 1 - 0 - 0 = 1 \quad , 1 > 0 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}} &= \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \quad , 1 \neq 0 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{x} = 1 - 0 = 1 \\
 \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{5}{x}}{\sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{5}{x}\right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2}}} = \frac{1}{1} = 1
 \end{aligned}$$



(6 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أثبت أن من بين المستطيلات التي محيطها  $8\text{ cm}$  واحداً منها يعطي أكبر مساحة ويكون مربعاً ؟

الحل :

بفرض طول البعد الأول للمستطيل هو  $x$  وطول البعد الثاني  $y$

$$\text{المحيط} = 2x + 2y \longrightarrow 8 = 2x + 2y$$

$$4 = x + y \quad \rightarrow y = 4 - x$$

∴ طول البعد الثاني للمستطيل هو  $4 - x$

$x$  لا يمكن أن تزيد على 4 أي :  $0 < x < 4$

مساحة المستطيل = حاصل ضرب البعدين

$$s(x) = x \cdot (4 - x)$$

$$= 4x - x^2$$

$$s'(x) = 4 - 2x$$

نضع  $s'(x)$

$$4 - 2x = 0$$

$$x = 2 \in (0, 4)$$

∴ نقطة حرجة  $(2, s(2))$

$$s''(x) = -2, \quad -2 < 0$$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند  $x = 2$

∴ أكبر مساحة ممكنة للمستطيل عند  $x = 2$

∴ البعد الأول للمستطيل هو  $x = 2\text{ cm}$

والبعد الثاني هو  $4 - x = 4 - 2 = 2\text{ cm}$

المستطيل يصبح مربع لأن بعديه متساويان

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$



**السؤال الرابع:**

(a) ادرس تغير الدالة  $f : f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

ثم ارسم بياناتها

(9 درجات)

الحل:

$f$  دالة كثيرة الحدود مجالها  $\mathbb{R}$   
توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2x^3 = \infty$$

توجد النقاط الحرجة حيث  $f$  دالة قابلة للإشتقاق على مجالها

$$f'(x) = 6x^2 + 6x$$

$$f'(x) = 0$$

نضع

$$6x^2 + 6x = 0$$

$$6x(x + 1) = 0$$

$$6x = 0 \rightarrow x = 0 \quad \text{أو} \quad x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$$

$$f(0) = -1, \quad f(-1) = 0$$

النقاط الحرجة  $(0, -1)$ ,  $(-1, 0)$

تكون جدول التغير لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$-1$	$0$	$\infty$
العترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, \infty)$	
إشارة $f'$	++++	----	++++	
سلوك الدالة $f$	متزايدة ↗	متناقصة ↘	متزايدة ↗	

الدالة  $f$  متزايدة في الفترة  $(-\infty, -1)$  والفترة  $(0, \infty)$

الدالة  $f$  متناقصة في الفترة  $(-1, 0)$

للدالة  $f$  قيمة عظمى محلية عند  $x = -1$  وقيمة صغرى محلية عند  $x = 0$

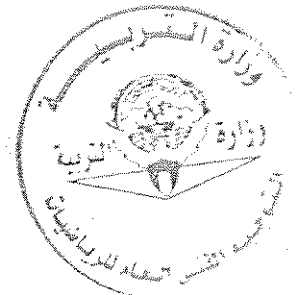
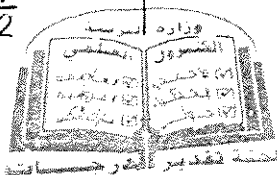
$$f''(x) = 12x + 6$$

نضع



$$f''(x) = 0$$

$$12x + 6 = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

(7)



1

	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\infty$
الفترة	$(-\infty, -\frac{1}{2})$		$(-\frac{1}{2}, \infty)$
إشارة $f''$	---		+++
التقعر			

منحنى الدالة مقعر للأسفل على الفترة  $(-\infty, -\frac{1}{2})$

منحنى الدالة مقعر للأعلى على الفترة  $(-\frac{1}{2}, \infty)$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{2}$$

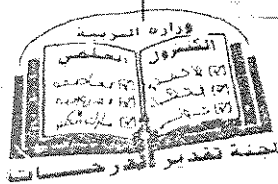
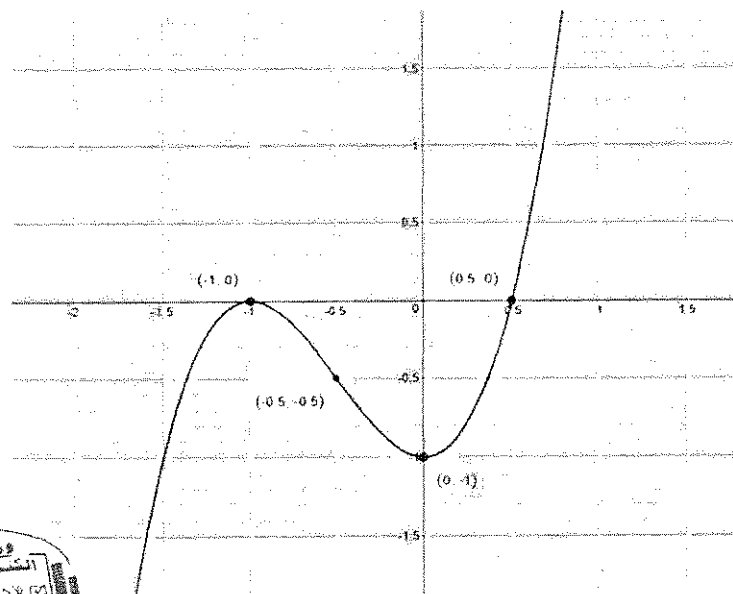
نقطة انعطاف  $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$  ∴

$\frac{1}{2}$

نقاط اضافية

$x$	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x)$	-5	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	4

$\frac{1}{2}$



تابع السؤال الرابع: (5 درجات)

(b) أجريت دراسة لعينة من الإناث حول معدل النبض لديهن فإذا كان حجم عينة الإناث  $n = 40$  والانحراف المعياري لمجتمع الإناث  $\sigma = 12.5$  ، والمتوسط الحسابي للعينة  $\bar{x} = 76.3$  . استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل:

(1) مستوى الثقة 95%

∴ القيمة الحرجة: نستخدم توزيع  $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

فلاحظ أن  $\sigma$  معلومة

$$\because n = 40 , \sigma = 12.5 , \bar{x} = 76.3$$

$$\therefore E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{هامش الخطأ هو:}$$

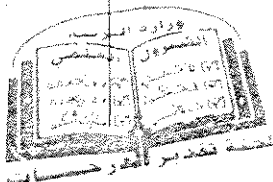
$$= (1.96) \cdot \frac{12.5}{\sqrt{40}} \approx 3.87379$$

∴ هامش الخطأ  $\approx 3.8738$

(2) فترة الثقة هي:  $(\bar{x} - E , \bar{x} + E)$

$$= (76.3 - 3.8738 , 76.3 + 3.8738)$$

$$= (72.4262 , 80.1738)$$



القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2 + 5\sin^2 x}{3x^2} = 3 \quad (1)$$

$$a = -3, b = -2 \quad \text{فإن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^3 + bx^2 + 4}{3x^2 - 2x + 1} = -1 \quad \text{إذا كانت} \quad (2)$$

$$(3) \text{ الدالة } f : f(x) = x|x| \text{ قابلة للاشتقاق } \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(4) \text{ الدالة } f : f(x) = \sqrt[3]{x-1} \text{ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في الفترة } [-1, 2]$$

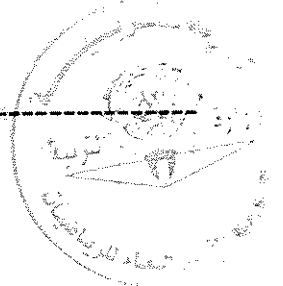
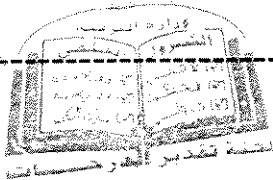
ثانياً : في البنود (5-14) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة  
الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$(5) \text{ إذا كانت الدالة } f : f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} \text{ فإن } f'(1) \text{ تساوي}$$

(a)  $-\frac{3}{2}$       (b)  $\frac{3}{2}$       (c)  $-3$       (d)  $3$

$$(6) \text{ ميل الناظم لمنحنى الدالة } f : f(x) = \frac{2}{x} \text{ عند } x = -2 \text{ هي}$$

(a)  $-2$       (b)  $-\frac{1}{2}$       (c)  $\frac{1}{2}$       (d)  $2$

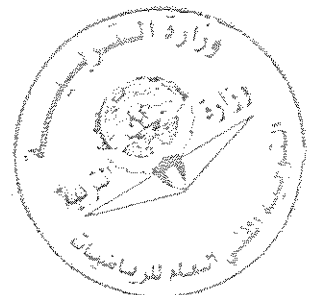
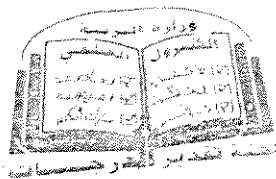


جدول إجابة البنود الموضوعية

( 1 )	(a)	(b)		
( 2 )	(a)	(b)		
( 3 )	(a)	(b)		
( 4 )	(a)	(b)		
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)
(11)	(a)	(b)	(c)	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	(d)
(13)	(a)	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	(c)	(d)

14

الدرجة: .....



دولة الكويت

وزارة التربية

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

السؤال الأول :

( a ) أوجد

14

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

الحل :



(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته  $2\sqrt{y} + y = x$  أوجد:

(1)  $y'$

(2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1 ، 3)

الحل :

14

السؤال الثاني :

( a ) أوجد

( 7 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل :

( 7 درجات )

تابع السؤال الثاني:

( b ) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربهما أكبر ما يمكن

الحل :

السؤال الثالث:

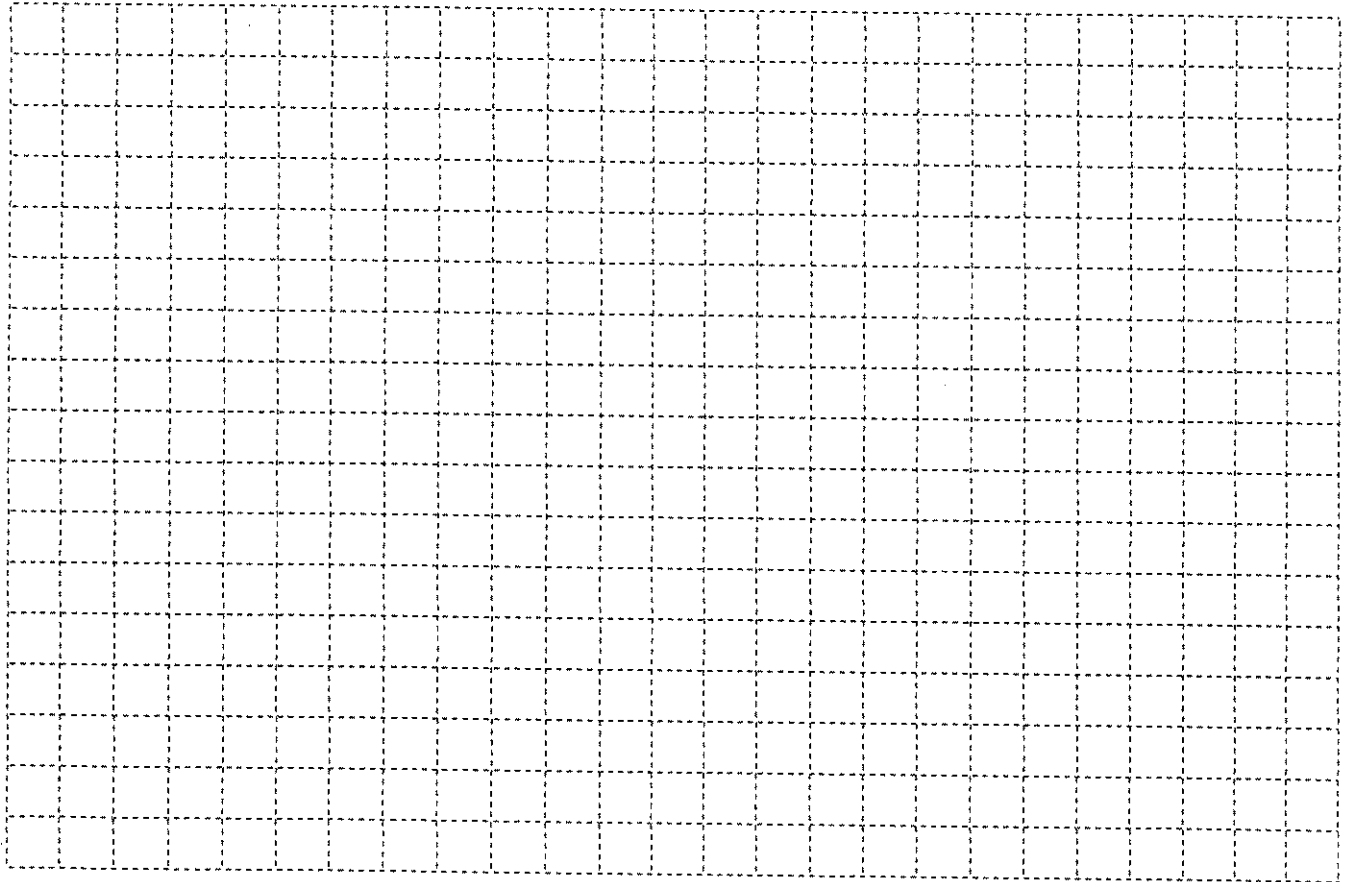
( a ) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها

الحل :

14

( 9 درجات )



تابع السؤال الثالث: (5 درجات)

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n = 25$  ، فإذا كان الانحراف

المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ( $\bar{x}$ ) يساوي 15 ،

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل :

14

السؤال الرابع:

( a ) لتكن  $f$  :  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-2, 2]$

( 7 درجات )

الحل :

تابع السؤال الرابع:

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة  $f$  :

أوجد  $f'(x)$  وعين مجالها

الحل :



القسم الثاني ( البنود الموضوعية ) :  
أولاً : في البنود (1-2) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة  
(b) إذا كانت العبارة خاطئة

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2 \quad (1)$$

(2) متوسط عمر الإطارات في أحد المصانع  $\mu = 25000$  من خلال دراسة لعينة عشوائية  
تبيّن أن المتوسط الحسابي هو  $\bar{x} = 27000$  مع انحراف معياري  $S = 5000$  إذا كان  
المقياس الإحصائي  $Z = 2$  فإن حجم العينة :  $n = 20$

ثانياً : في البنود ( 3 - 10 ) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة  
الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left( \frac{3}{x-2} \right)^5 = \quad (3)$$

(a) 0                      (b) 2                      (c)  $-\infty$                       (d)  $\infty$

(4) لتكن  $y = |x|$  فإن الدالة  $y$

- (a) لها قيمة صغرى مطلقة فقط  
(b) لها قيمة عظمى مطلقة فقط  
(c) لها قيمة عظمى مطلقة وقيمة صغرى مطلقة  
(d) ليس لها قيمة صغرى مطلقة وليس لها قيمة عظمى مطلقة

(5) ليكن منحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = x^2 - 4x + 3$  فإن النقطة التي يكون مماس المنحنى  
عندها أفقياً هي :

(a) (3, 0)                      (b) (1, 0)                      (c) (2, -1)                      (d) (2, 1)

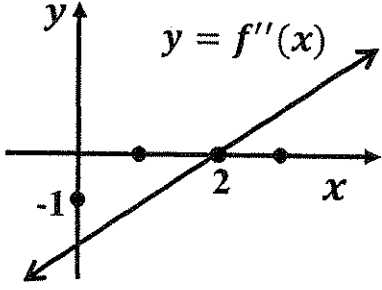
(6) إذا كانت الدالة  $f$  : فإن  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x \geq 2 \\ \frac{x^2 - 4}{x - 2} & : x < 2 \end{cases}$

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$  (b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$  (c)  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  موجودة (d)  $f$  متصلة عند  $x = 2$

(7) إذا كانت  $g$  دالة متصلة عند  $x = 1$  فإن الدالة المتصلة عند  $x = 1$  فيما يلي هي  $f(x)$  تساوي

- (a)  $\sqrt{g(x)}$  (b)  $\frac{1}{g(x)}$  (c)  $\frac{g(x)}{x-1}$  (d)  $|g(x)|$

(8) إذا كانت  $f$  دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة والشكل المقابل يوضح بيان  $f''$  فإن منحنى  $f$  مقعراً لأسفل في الفترة



- (a)  $(-\infty, 2)$  (b)  $(0, \infty)$  (c)  $(0, 2)$  (d)  $(2, \infty)$

(9) للدالة  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$  مماس رأسي معادلته

- (a)  $x = 0$  (b)  $y = 0$  (c)  $x = 1$  (d)  $y = 1$

(10) إذا كانت  $y = \sin^{-5}x - \cos^3x$  فإن  $\frac{dy}{dx}$  تساوي

- (a)  $5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2x \sin x$  (b)  $5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2x \sin x$   
(c)  $-5\sin^{-6}x \cos x + 3\cos^2x \sin x$  (d)  $-5\sin^{-6}x \cos x - 3\cos^2x \sin x$

انتهت الأسئلة

## القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية موضحاً خطوات الحل في كل منها:

14

(7 درجات)

السؤال الأول :

(a) أوجد

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$$

الحل :

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2}{1 - \cos x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} \right)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1 + \cos x)}{1 - \cos^2 x}$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot (1 + \cos x) \right)$$

$$1 \quad = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x)$$

$$\frac{1}{2} \quad = \left( \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} \right)^2 \cdot \left( \lim_{x \rightarrow 0} 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \cos x \right)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad = (1)^2 \cdot (1 + 1)$$

$$\frac{1}{2} \quad = 2$$



(7 درجات)

تابع السؤال الأول :

(b) للمنحنى الذي معادلته  $2\sqrt{y} + y = x$  أوجد :

(1)  $y'$

(2) ميل المماس لهذا المنحنى عند النقطة (1, 3)

الحل :

$$\frac{1}{2} \quad 2y^{\frac{1}{2}} + y = x$$

بالاشتقاق الضمني

$$3 \quad 2 \cdot \frac{1}{2} y^{\frac{-1}{2}} y' + y' = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad \frac{y'}{y^{\frac{1}{2}}} + y' = 1$$



$$\frac{1}{2} \quad y' \left( \frac{1}{\sqrt{y}} + 1 \right) = 1$$

$$\frac{1}{2} \quad y' = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{y}} + 1}$$

$$1 \quad y' = \frac{\sqrt{y}}{1 + \sqrt{y}}$$

بالتعويض بـ (1, 3)

$$1 \quad \therefore y' = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$\therefore$  ميل المماس =  $\frac{1}{2}$

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد

(7 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1}$$

الحل :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\sqrt{2x^2 - x}}{x + 1} \\ &= \frac{\sqrt{x^2(2 - \frac{1}{x})}}{x(1 + \frac{1}{x})} \\ &= \frac{|x| \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})} \end{aligned}$$



عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$$\begin{aligned} &= \frac{x \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{x(1 + \frac{1}{x})} \\ &= \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{1 + \frac{1}{x}} \quad : x \neq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 2 - 0 = 2, \quad 2 > 0$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} (2 - \frac{1}{x})} = \sqrt{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 1 + 0 = 1, \quad 1 \neq 0$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{(1 + \frac{1}{x})} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{2 - \frac{1}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

(7 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد عددين موجبين مجموعهما 20 وناتج ضربيهما أكبر ما يمكن

الحل:

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

بفرض أن أحد العددين  $x$  حيث  $0 < x < 20$

∴ العدد الآخر هو  $20 - x$

∴ حاصل ضربيهما هو:

1

$$f(x) = x(20 - x)$$

$$f(x) = 20x - x^2$$

1

$$f'(x) = 20 - 2x$$

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

$$f'(x) = 0$$

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

$$\therefore 20 - 2x = 0$$

$$x = 10$$

∴ توجد نقطة حرجة عند  $x = 10$

1

$$f''(x) = -2$$

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

$$f''(10) = -2, \quad -2 < 0$$

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

∴ توجد قيمة عظمى مطلقة عند  $x = 10$

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

∴ العدد الأول هو:  $x = 10$

$\frac{1}{2}$   
 $\frac{1}{2}$

العدد الثاني هو:  $20 - x = 20 - 10 = 10$

∴ العددان هما 10 و 10

السؤال الثالث:

14

(a) ادرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 1 - x^3$

ثم ارسم بيانها

الحل :

$f$  دالة كثيرة حدود مجالها  $\mathbb{R}$   
توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^3) = -\infty$$

توجد النقاط الحرجة حيث  $f$  دالة قابلة للاشتقاق على مجالها  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = -3x^2$$

$$f'(x) = 0$$

$$\therefore -3x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

نضع

$\therefore (0,1)$  نقطة حرجة

تكون جدول التغير لدراسة إشارة  $f'$

	$-\infty$	$0$	$\infty$
إشارة $f'$	---		---
سلوك الدالة $f$	متناقصة $\infty$		متناقصة $-\infty$

الدالة  $f$  متناقصة على الفترة  $(-\infty, 0)$  وعلى الفترة  $(0, \infty)$

لا توجد نقاط محلية عظمى أو نقاط محلية صغرى

تكون جدول التغير لدراسة إشارة  $f''$

$$f''(x) = -6x$$

$$f''(x) = 0$$

$$-6x = 0 \rightarrow x = 0$$

$$f(0) = 1$$

نضع

	$-\infty$	$0$	$\infty$
إشارة $f''$	+++		---
التقعر	U		n
	تقعر لأعلى		تقعر لأسفل

$(0,1)$  نقطة انعطاف

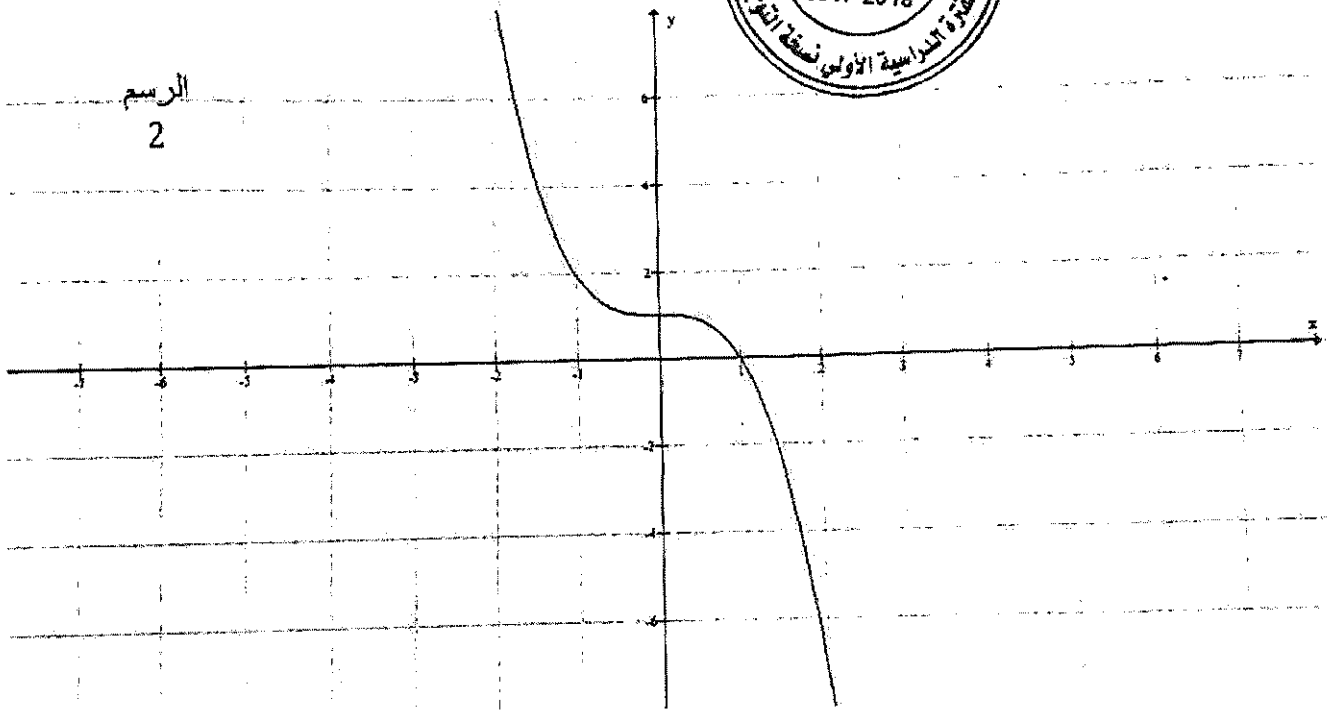
إجابة امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2017 / 2018 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

نقاط اختيارية

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	2	1	0	-7



الرسم  
2





(5 درجات)

تابع السؤال الثالث:

(b) أخذت عينة عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n = 25$  ، فإذا كان الانحراف

المعياري للعينة (s) يساوي 10 ، ومتوسطها الحسابي ( $\bar{x}$ ) يساوي 15 ،

استخدم مستوى ثقة 95% لإيجاد:

(1) هامش الخطأ

(2) فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

الحل :

(1)  $\because \sigma^2$  غير معلوم ،  $n \leq 30$  ،

$\therefore$  نستخدم توزيع  $t$

$$\because n = 25$$

$\frac{1}{2}$

$$n - 1 = 25 - 1 = 24$$

درجات الحرية

$$1 - \alpha = 0.95$$

$\therefore$  مستوى الثقة

$\frac{1}{2}$

$$\therefore \alpha = 0.50 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$$

1

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = 2.064$$

من جدول توزيع  $t$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

هامش الخطأ :

1

$$= (2.064) \cdot \frac{10}{\sqrt{25}} = 4.128$$

(2) فترة الثقة :

2

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$$

$$= (15 - 4.128, 15 + 4.128)$$

$$= (10.872, 19.128)$$



14

السؤال الرابع:

(a) لتكن  $f : f(x) = \sqrt{4 - x^2}$

ادرس اتصال الدالة  $f$  على  $[-2, 2]$

(7 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}$

يفرض أن  $f(x) = \sqrt{g(x)} : g(x) = 4 - x^2$

$\frac{1}{2}$

$D_f = \{x : g(x) \geq 0\}$

$\frac{1}{2}$

$4 - x^2 \geq 0$

$\frac{1}{2}$

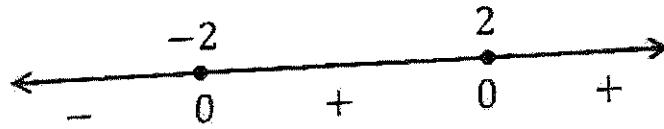
$4 - x^2 = 0$

$\frac{1}{2}$

$(2 - x)(2 + x) = 0$

$x = 2$  أو  $x = -2$

$\frac{1}{2}$



مجال الدالة هو :  $[-2, 2]$

1

$\therefore g(x) \geq 0 \quad \forall x \in [-2, 2]$

1

$g$  متصلة على  $[-2, 2]$

1

$\therefore$  الدالة  $f$  متصلة على  $[-2, 2]$

1

(7 درجات)

تابع السؤال الرابع:

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{4}{x} & : x \geq 2 \\ x^2 - 4 & : x < 2 \end{cases}$$

(b) لتكن الدالة  $f$ :

أوجد  $f'(x)$  وعين مجالها

الحل:

مجال  $f$ :

$$D_f = [2, \infty) \cup (-\infty, 2) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ \text{نبحث} & : x = 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 2 - 2 = 0$$

$$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 - 4 - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)} \rightarrow (1)$$

إن وجدت

$$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

إن وجدت

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x - \frac{4}{x} - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x(x - 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x + 2}{x} = 2 : \lim_{x \rightarrow 2^+} x = 2 \neq 0$$

$$\therefore f'_-(2) \neq f'_+(2)$$

$\therefore f'(2)$  غير موجودة

$$\therefore f'(x) = \begin{cases} 1 + \frac{4}{x^2} & : x > 2 \\ 2x & : x < 2 \end{cases}$$

مجال  $f'$  هو  $\mathbb{R} - \{2\}$



جدول إجابة البنود الموضوعية



( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة: ..... = 1.5 × .....

الدرجة: .....

دولة الكويت

وزارة التربية

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

14

( 6 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل :

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد :

(8 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل :

14

السؤال الثاني

(  $a$  ) إدرس إتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث :

( 7 درجات )

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

( b ) إذا كان :  $y = x \sin x$

فأثبت أن :  $y'' + y - 2 \cos x = 0$

( 7 درجات )

الحل :



السؤال الثالث :

$$(a) \text{ بين أن الدالة } f : f(x) = x^3 - 3x + 2$$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $[0, 4]$   
ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ بها النظرية

(5 درجات)

الحل:

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$  ثم إرسم بيانها

(9 درجات)

الحل :



السؤال الرابع

14

(  $\alpha$  ) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f : f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$  عند  $x = 0$

(8 درجات)

الحل:

تابع السؤال الرابع :

( b ) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 283$  دينار وانحرافها المعياري  $S = 32$  دينار . فهل يمكن الاعتماد على هذه العينة لتأكيد ما افترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % ( علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي )  
( 6 درجات )

الحل:



<p>(7) الدالة <math>f : f(x) =  x^2 - 1 </math> لها :</p> <p>(a) قيمة صغرى مطلقة</p> <p>(b) قيمة عظمى مطلقة</p> <p>(c) نقطتان حرجتان فقط</p> <p>(d) ليس أي مما سبق</p>	
<p>(8) إذا كانت الدالة <math>f' : f'(x) = -3x</math> فإن الدالة <math>f</math></p> <p>(a) متزايدة على الفترة <math>(0, \infty)</math></p> <p>(b) متزايدة على مجال تعريفها</p> <p>(c) متزايدة على الفترة <math>(-\infty, 0)</math> ، متناقصة على الفترة <math>(0, \infty)</math></p> <p>(d) متناقصة على الفترة <math>(-\infty, 0)</math></p>	
<p>(9) للدالة <math>f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}</math> مماس رأسي معادلته :</p> <p>(a) <math>x = 0</math></p> <p>(b) <math>x = 1</math></p> <p>(c) <math>y = 0</math></p> <p>(d) <math>y = 1</math></p>	
<p>(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي <math>\mu = 125</math> أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها <math>n = 36</math> فتبين أن متوسطهما الحسابي <math>\bar{x} = 130</math> إذا كان المقياس الإحصائي <math>Z = 3.125</math> فإن الإنحراف المعياري <math>\sigma</math> تحت مستوى ثقة 95% يساوي</p> <p>(a) -9.6</p> <p>(b) 6.9</p> <p>(c) 9.6</p> <p>(d) -6.9</p>	

انتهت الأسئلة ،،،

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

14

(6 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل:

$$\frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} = \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3x \cos 4x}{5x} \quad [2]$$

$$= \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x, \quad x \neq 0 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} \right) = \frac{2}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3x \cos 4x}{5x} \right) = \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} \cos 4x = \frac{3}{5} (1) = \frac{3}{5} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} + \frac{3}{5} \cos 4x \right) \quad [0.5]$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan 2x}{5x} \right) + \frac{3}{5} \lim_{x \rightarrow 0} (\cos 4x) \quad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \quad [0.5]$$

تراجعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية )





تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد :

( 8 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل :

$$f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \frac{\sqrt{x^2(3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2})}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad [1]$$

$$= \frac{|x| \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} \quad , \quad |x| = -x \text{ يكون } x < 0 \text{ عندما} \quad [0.5]$$

$$= \frac{-x \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{x(3 - \frac{5}{x})} = -\frac{\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}} \quad , \quad x \neq 0 \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} + \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 3 - 0 + 0 = 3 \quad , \quad 3 > 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} \right)} = \sqrt{3} \quad [1]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3 - \frac{5}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 3 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = 3 - 0 = 3 \quad , \quad 3 \neq 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-\sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{3 - \frac{5}{x}}$$

$$= \frac{-\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{3 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2}}}{\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 3 - \frac{5}{x} \right)} = \frac{-\sqrt{3}}{3} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \quad [1.5]$$



السؤال الثاني

14

( $a$ ) إدرس إتصال الدالة  $f$  على  $[1, 3]$  حيث :

(7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل:

$$f(x) = x^2 - 3 \quad : x \in (1,3)$$

$$\forall c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} (x^2 - 3) = c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3) \quad [0.5]$$

$$(1) \dots \dots \dots (1,3) \text{ على } f \text{ متصله على } [0.5]$$

ندرس إتصال الداله  $f$  عند  $x = 1$  من اليمين

$$f(1) = -2 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 1 - 3 = -2 = f(1) \quad [0.5]$$

$$(2) \dots \dots \dots (1) \text{ من اليمين عند } f \text{ متصله عند } [0.5]$$

ندرس إتصال الداله  $f$  عند  $x = 3$  من اليسار

$$f(3) = 5 \quad [0.5]$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (x^2 - 3) \quad [0.5]$$

$$= 9 - 3 = 6 \neq f(3) \quad [0.5]$$

$$(3) \dots \dots \dots (3) \text{ من اليسار عند } f \text{ غير متصله عند } [0.5]$$

[1] من (1)، (2)، (3)  $f$  ليست متصله على  $[1, 3]$  و لكنها متصله على  $[1, 3)$



تابع السؤال الثاني :

$$y = x \sin x \quad : \text{ إذا كانت } (b)$$

$$y'' + y - 2 \cos x = 0 \quad : \text{ فأثبت أن}$$

(7 درجات)

الحل :

$$y = x \sin x$$

$$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x \cos x \quad [3]$$

$$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)' \quad [1.5]$$

$$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x \sin x \quad [1]$$

$$y'' + y - 2 \cos x = 2\cos x - x \sin x + x \sin x - 2 \cos x \quad [1]$$

$$= 0 \quad [0.5]$$



14
----

السؤال الثالث :

$$f(x) = x^3 - 3x + 2 : f \text{ (a) بين أن الدالة}$$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة  $[0, 4]$

ثم أوجد قيمة  $c$  التي تنبئ بها النظرية

(5 درجات)

الحل :

$f$  دالة كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$  وبالتالي فهي متصلة على الفترة  $[0, 4]$  [0.5]

وقابلة للاشتقاق على  $(0, 4)$  [0.5]

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة  $[0, 4]$  ∴ يوجد على الأقل  $c \in (0, 4)$  بحيث : [0.5]

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\therefore f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \quad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3, \quad f'(c) = 3c^2 - 3 \quad [0.5]$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \quad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3} \quad [0.5]$$

$$\Rightarrow c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0, 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0, 4) \quad [0.5]$$



تابع السؤال الثالث :

$$f(x) = 2x^2 - x^4 + 5 : f \text{ (b) إدرس تغير الدالة}$$

وإرسم بيانها

(9 درجات)

الحل:

$f$  دالة كثيرة حدود مجالها  $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

توجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^4) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (-x^4) = -\infty \quad [0.5]$$

توجد النقاط الحرجة للدالة  $f$

$f$  دالة كثيرة حدود فهي متصلة على  $\mathbb{R}$  وقابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 4x - 4x^3$$

[0.5]

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(1 - x^2) = 0 \Rightarrow 4x(1 - x)(1 + x) = 0$$

$$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0)^2 - (0)^4 + 5 = 5$$

$(0,5)$  نقطة حرجة [0.5]

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$$

$(1,6)$  نقطة حرجة [0.5]

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$$

$(-1,6)$  نقطة حرجة [0.5]

نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$ : [2]

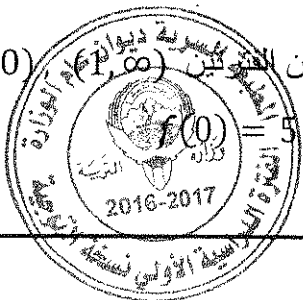
	$-\infty$	-1	0	1	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -1)$	$(-1, 0)$	$(0, 1)$	$(1, \infty)$	
إشارة $f'$	+++	---	+++	---	
سلوك الدالة $f$	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	$\nearrow \nearrow$	$\searrow \searrow$	

من الجدول :

$f$  متزايدة على كلا من الفترتين  $(-\infty, -1)$ ,  $(0, 1)$ ,  $f$  متناقصة على كلا من الفترتين  $(-1, 0)$ ,  $(1, \infty)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند  $x = 0$  وقيمتها  $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند  $x = -1$  وقيمتها  $f(-1) = 6$



وتوجد قيمة عظمى محلية عند  $x = 1$  وقيمتها  $f(1) = 6$   
نكون الجدول لدراسة إشارة  $f''$  :

$$f''(x) = 4 - 12x^2 \quad [0.5]$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{نضع}$$

$$4 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \quad [0.5]$$

	$-\infty$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\infty$
الفترات	$(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$	$(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$	
إشارة $f''$	+	-	+	
بيان الدالة $f$	مقعراً لأعلى	مقعراً لأسفل	مقعراً لأعلى	

[1.5]

من الجدول نجد أن :

بيان الدالة  $f$  مقعراً لأعلى على الفترتين  $(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}})$  ،  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$  ،

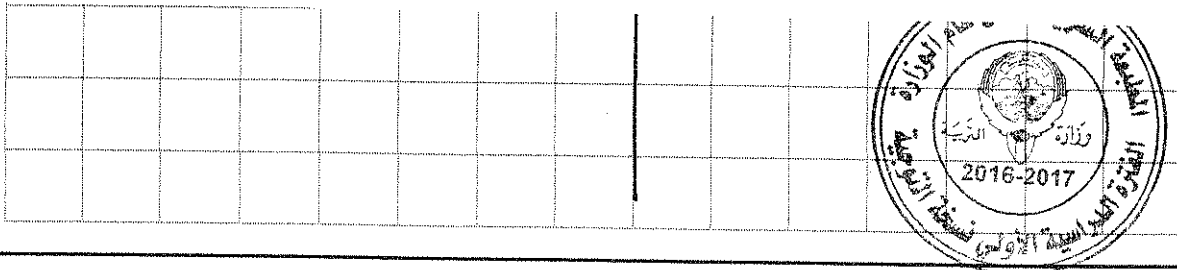
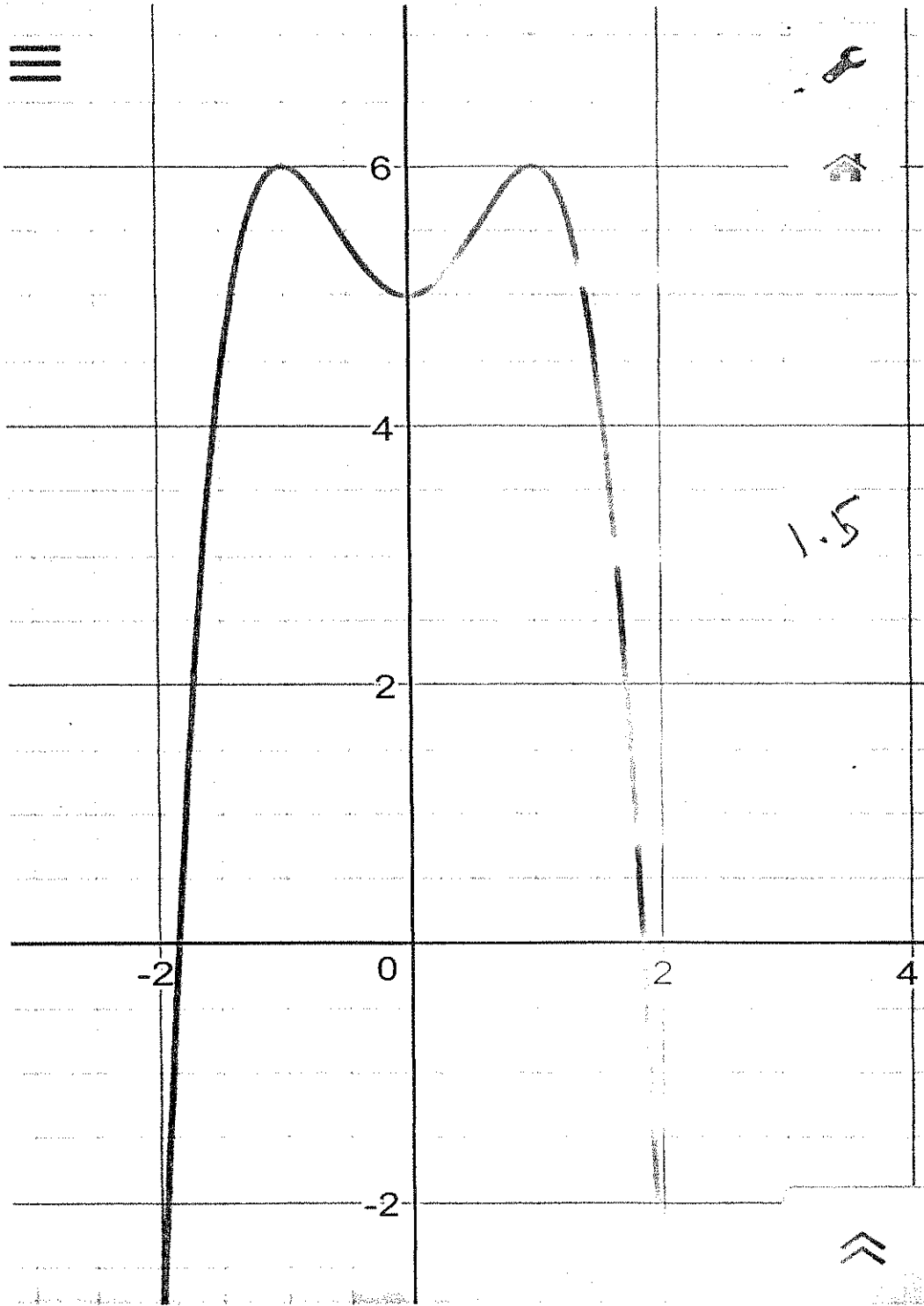
بيان الدالة  $f$  مقعراً للأسفل على الفترة  $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

النقطة  $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$  نقطة انعطاف ✓

النقطة  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$  نقطة انعطاف —



ورقة الرسم البياني



السؤال الرابع

14

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة  $f$  :  $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$  عند  $x = 0$  (8 درجات)

الحل:

$$f(0) = \frac{0-4}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2 \quad [0.5]$$

$$f'(x) = \frac{(x+2) \cdot (3x-4)' - (x+2)' \cdot (3x-4)}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{(x+2) \cdot (3) - (3x-4) \cdot (1)}{(x+2)^2} \quad [3]$$

$$= \frac{10}{(x+2)^2} \quad [1]$$

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \quad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a)(x - a) \quad [1]$$

$$y - (-2) = \frac{5}{2}(x - 0) \quad [0.5]$$

$$2y + 4 = 5x \quad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$





تابع السؤال الرابع :

( b ) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي  $\bar{x} = 283$  دينار وإنحرافها المعياري  $S = 32$  دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % ( علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي ) (6 درجات)

الحل :

$$S = 32 , n = 10 , \bar{x} = 283$$

① صياغة الفروض الإحصائية

$$H_0 : \mu = 290 \quad \text{مقابل} \quad H_1 : \mu \neq 290 \quad [0.5]$$

② نوجد المقياس الإحصائي

$$\begin{aligned} & \sigma \text{ غير معلوم ، } n \leq 30 \quad \therefore [0.5] \\ \therefore t &= \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917 \quad [1.5] \end{aligned}$$

$$\therefore n = 10 \quad ③$$

∴ درجات الحرية :

$$n - 1 = 10 - 1 = 9 \quad [0.5]$$

مستوى الثقة 95 %

$$\therefore 1 - \alpha = 0.95$$

$$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \quad [0.5]$$

من جدول توزيع t نجد :

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262 \quad [0.5]$$

$$(-t_{\frac{\alpha}{2}} , t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262 , 2.262) \quad [1] \quad ④ \quad \text{منطقة القبول :}$$

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$$\therefore -0.6917 \in (-2.262 , 2.262) \quad [0.5]$$

$$\therefore \text{القرار بقبول فرض العدم } \mu = 290 \quad [0.5]$$



أولاً : في البنود ( 2 - 1 ) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة على  $[-3, 1]$  ،  $g$  دالة متصلة على  $[-1, 3]$  فإن  $f + g$  هي دالة متصلة عند  $x = 0$

(2) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = \sqrt{x+3}$  فإن  $f'(1) = \frac{1}{4}$

ثانياً : في البنود ( 10 - 3 ) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5}{(x-3)} =$

(a)  $\infty$

(b)  $-\infty$

(c) 5

(d) 0

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + 3}{2x + 5} = 3$$

فإن قيم الثابتين  $a, b$  هما :

(a)  $a = 0, b = 6$

(b)  $a = 0, b = -6$

(c)  $a = 0, b = 2$

(d)  $a = 0, b = -2$

(5) الدالة المتصلة عند  $x = 2$  فيما يلي هي

(a)  $f(x) = \sqrt{x-2}$

(b)  $g(x) = |x-2|$

(c)  $h(x) = \frac{1}{x-2}$

(d)  $k(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة  $f : f(x) = 3x + \tan x$  ، فإن  $f'(0)$  تساوي

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) 4



<p>(7) الدالة <math>f(x) =  x^2 - 1 </math> لها :                  (a) قيمة صغرى مطلقة                  (b) قيمة عظمى مطلقة                  (c) نقطتان حرجتان فقط                  (d) ليس أي مما سبق</p>	(a)
<p>(8) إذا كانت الدالة <math>f' : f'(x) = -3x</math> فإن الدالة <math>f</math>                  (a) متزايدة على الفترة <math>(0, \infty)</math>                  (b) متزايدة على مجال تعريفها                  (c) متزايدة على الفترة <math>(-\infty, 0)</math> ، متناقصة على الفترة <math>(0, \infty)</math>                  (d) متناقصة على الفترة <math>(-\infty, 0)</math></p>	(c)
<p>(9) للدالة <math>f : f(x) = \sqrt[3]{x-1}</math> مماس رأسي معادلته :                  (a) <math>x = 0</math>                  (b) <math>x = 1</math>                  (c) <math>y = 0</math>                  (d) <math>y = 1</math></p>	(b)
<p>(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي <math>\mu = 125</math> أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها <math>n = 36</math> فتبين أن متوسطهما الحسابي <math>\bar{x} = 130</math> إذا كان المقياس الإحصائي <math>Z = 3.125</math> فإن الانحراف المعياري <math>\sigma</math> تحت مستوى ثقة 95% يساوي                  (a) -9.6                  (b) 6.9                  (c) 9.6                  (d) -6.9</p>	(c)

إنتهت الأسئلة ...

$$Z = \frac{516}{\sigma} = 3.125 \quad \sigma = \frac{30}{3.125}$$



جدول الإجابة

( 1 )	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)
( 2 )	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... = 1 × .....

( 3 )	(a)	<input checked="" type="radio"/>	(c)	(d)
( 4 )	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	<input checked="" type="radio"/>	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	<input checked="" type="radio"/>
( 7 )	<input checked="" type="radio"/>	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	<input checked="" type="radio"/>	(d)
( 9 )	(a)	<input checked="" type="radio"/>	(c)	(d)
( 10 )	(a)	(b)	<input checked="" type="radio"/>	(d)

الدرجة : ..... = 1.5 × .....

الدرجة : .....

14



دولة الكويت

وزارة التربية

المجال الدراسي : الرياضيات  
الزمن : ساعتان و 45 دقيقة  
الأسئلة في 12 صفحة

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م

القسم الأول : أسئلة المقال :

أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

(  $a$  ) أوجد :

10

( 6 درجات )

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

تابع السؤال الأول :

(4 درجات)

(b) أوجد ميل المماس  $(\frac{dy}{dx})$  للمنحنى الذي معادلته :

$$2y = x^2 - \cos y \quad \text{عند النقطة } A(1, 0)$$

السؤال الثاني

( a ) أوجد :

10

(4 درجات)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

تابع السؤال الثاني :

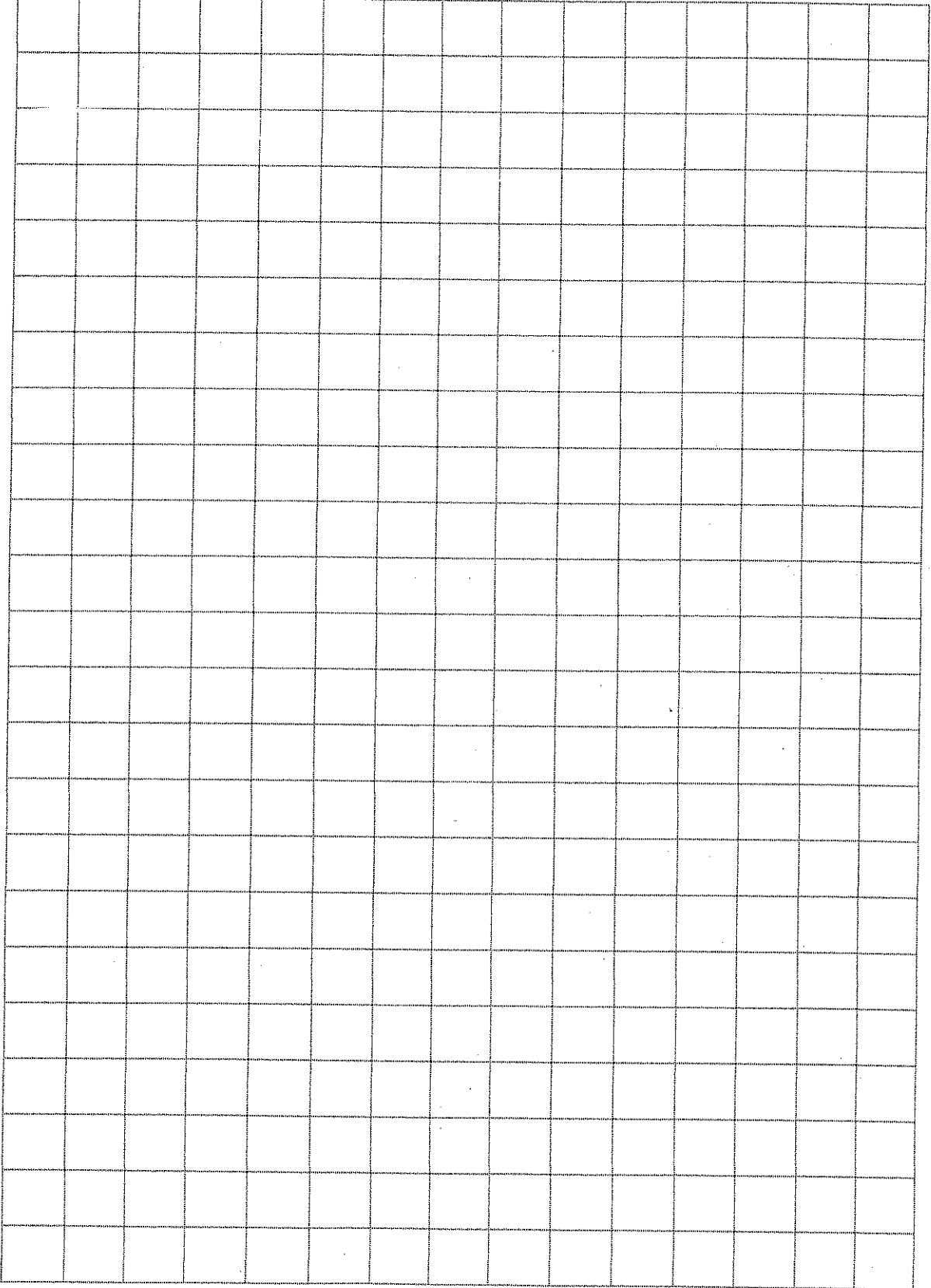
(b) إدرس تغير الدالة  $f$  :  $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانها

(6 درجات)



ورقة الرسم البياني



السؤال الثالث :

10

(a) لتكن الدالة  $f : f(x) = x^2 - 3x$  ، الدالة  $g : g(x) = \sqrt{x}$

(4 درجات)

إبحث إتصال الدالة  $(g \circ f)$  عند  $x = -1$

تابع السؤال الثالث :

( b ) إذا كانت الدالة  $f$  متصلة على  $[1, 4]$  :  $f(x) = x + \frac{4}{x}$

( 6 درجات )

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة  $[1, 4]$

السؤال الرابع

10

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases} \quad (a) \text{ لتكن الدالة } f :$$

(6 درجات)

دالة متصلة على مجالها ، أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

تابع السؤال الرابع :

(b) أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها  $n=81$  ومتوسطها الحسابي هو  $\bar{x} = 50$

وإنحرافها المعياري  $S=9$  باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي  $\mu$

( 4 درجات )

(3) فسر فترة الثقة

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

أولاً : في البنود (3-1) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{|2x-3|} = \frac{1}{2}$

(2) إذا كانت  $f$  دالة متصلة على  $[-2, 3]$  فإن  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = f(-2)$

(3) إذا كانت الدالة  $f : \begin{cases} x^2 + 2x & : x \geq 1 \\ 4x - 1 & : x < 1 \end{cases}$  فإن مجال  $f'$  هو  $\mathbb{R}$

ثانياً : في البنود (10-4) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$  هي :

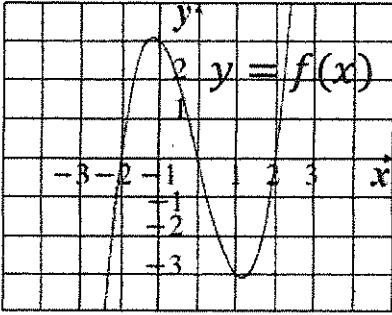
- (a) 0 (b)  $-\frac{1}{4}$   
(c)  $\frac{1}{4}$  (d) غير موجوده

(5) إذا كانت الدالة  $f : \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & : x \neq 0 \\ a & : x = 0 \end{cases}$  متصلة عند  $x = 0$  فإن  $a$  تساوي

- (a) 4 (b)  $-\frac{1}{4}$   
(c) -4 (d)  $\frac{1}{4}$

(6) إن الدالة  $f : f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$  ليست قابلة للإشتقاق عند  $x = 0$  لوجود

- (a) مماس عمودي  
(b) إنفصال  
(c) ناب  
(d) ركن

<p>(7) إذا كانت <math>y = \frac{4}{3\pi} \sin 3t - \frac{4}{5\pi} \cos 5t</math> فإن <math>\frac{dy}{dt}</math> تساوي</p> <p>(a) <math>\frac{4}{\pi} \cos 3t + \frac{4}{\pi} \sin 5t</math>                      (b) <math>\frac{4}{\pi} \sin 3t - \frac{4}{\pi} \cos 5t</math></p> <p>(c) <math>\frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 5t</math>                      (d) <math>\frac{4}{\pi} \cos 3t - \frac{4}{\pi} \sin 3t</math></p>	
<p>(8) عدد النقاط الحرجة للدالة <math>y = 3x^3 - 9x - 4</math> على الفترة <math>(0, 2)</math> يساوي</p> <p>(a) 0    (b) 1</p> <p>(c) 2    (d) 3</p>	
<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>(9) إذا كان بيان الدالة <math>f</math> ممثلاً بالشكل المقابل : فإن <math>f''(x) &lt; 0</math> في الفترة</p> <p>(a) <math>(-\infty, 0)</math>                                      (b) <math>(0, \infty)</math></p> <p>(c) <math>(-1, 1)</math>                                        (d) <math>(-\infty, 1)</math></p> </div> </div>	
<p>(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم و كانت فترة الثقة هي <math>(-1.96, 1.96)</math> فإن قيمة الإختبار <math>z</math> يمكن أن تكون :</p> <p>(a) 1.5    (b) 1.87</p> <p>(c) -1.5    (d) -2.5</p>	

انتهت الأسئلة ...

القسم الأول : أسئلة المقال :  
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

( a ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

(6 درجات)



الحل :

$$1 \quad \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3} = \frac{\sqrt{x^2(1 - \frac{3}{x})}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \frac{|x| \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 - \frac{3}{x})} \quad \left(\frac{1}{5}\right)$$

عندما  $x > 0$  يكون  $|x| = x$

$$1 \quad \frac{x \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{x(1 - \frac{3}{x})} = \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 - \frac{3}{x})} \quad \left(\frac{1}{5}\right)$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 1 - \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x} = 1 - 0 = 1, 1 \neq 0 \quad \left(\frac{1}{5}\right) \quad \left(\frac{1}{5}\right)$$

$$1 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right) = 1, 1 > 0 \quad \left(\frac{1}{5}\right)$$

$$0.5 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{3}{x}} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)} = \sqrt{1} = 1 \quad \left(\frac{1}{5}\right)$$

$$1.5 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{(1 - \frac{3}{x})} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 - \frac{3}{x}}}{\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - \frac{3}{x})} = \frac{1}{1} = 1 \quad \left(\frac{1}{5}\right)$$

تراجعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية



تابع السؤال الأول :

( b ) أوجد ميل المماس  $( \frac{dy}{dx} )$  للمنحنى الذي معادلته :

$$2y = x^2 - \cos y \quad \text{عند النقطة } A(1,0)$$

الحل :

( 4 درجات )

$$\begin{aligned} 2y &= x^2 - \cos y \\ 2y' &= 2x - y'(-\sin y) \\ 2y' &= 2x + y' \sin y \\ 2y' - y' \sin y &= 2x \\ y'(2 - \sin y) &= 2x \\ y' &= \frac{2x}{2 - \sin y} \end{aligned}$$



ميل المماس للمنحنى عند النقطة  $A(1,0)$  هو :

$$\begin{aligned} m &= y' \Big|_{x=1, y=0} = \frac{2}{2 - \sin 0} \\ &= 1 \end{aligned}$$

أو

$$2y' = 2(1) + y' \sin(0) \quad (1)$$

$$2y' = 2 + 0 \quad (2)$$

$$y' = 1 \quad (3)$$

10

السؤال الثاني  
( a ) أوجد :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحل :

(4 درجات)

$$\begin{aligned} 0.5 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right) &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{x \sin x}{\cos x - 1} \right) \left( \frac{\cos x + 1}{\cos x + 1} \right) \right) \\ 0.5 \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{\cos^2 x - 1} \right) \\ 0.5 \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x \sin x (\cos x + 1)}{-\sin^2 x} \right) \\ 0.5 \quad &= \lim_{x \rightarrow 0} \left( \left( \frac{-x}{\sin x} \right) (\cos x + 1) \right) \\ 0.5 \quad &= -\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x}{\sin x} \right) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x + 1) \\ 0.5 + 0.5 \quad &= -1 \cdot (\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x) + \lim_{x \rightarrow 0} (1)) \\ 0.5 \quad &= -1(1 + 1) \end{aligned}$$



تابع السؤال الثاني :

$$f(x) = 2x^3 - 6x + 1 : f \text{ إدرس تغير الدالة}$$

ثم إرسم بيانها

الحل :

(6 درجات)

$f$  دالة كثيرة حدود مجالها  $\mathbb{R}$   
نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$$0.5 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (2x^3) = \infty$$

نوجد النقاط الحرجة للدالة  $f$

$f$  دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

$$0.5 \quad f'(x) = 6x^2 - 6$$

$$0.5 \quad f'(x) = 0$$

$$0.5 \quad 6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 6(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1, x = -1$$

$$x = 1 \Rightarrow f(1) = -3$$

$$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$$



∴ نقطة حرجة (1, -3)

∴ نقطة حرجة (-1, 5)

نكون الجدول لدراسة إشارة  $f'$  :

	$-\infty$	-1	1	$\infty$
0.5	←			→
	الفتحات	( $-\infty, -1$ )	(-1, 1)	(1, $\infty$ )
0.5		+++	---	+++
0.5		↗↗	↘↘	↗↗
		سلوك الدالة $f$		

منحنى الدالة  $f$  متناقص على الفترة (-1, 1)

و متزايد على كلا من الفترة (1,  $\infty$ ) و الفترة ( $-\infty, -1$ )

(-1, 5) نقطة عظمى محلية

(1, -3) نقطة صغرى محلية

نكون الجدول لدراسة إشارة  $f''$  :

0.5





$$f''(x) = 12x$$

$$f''(x) = 0 \text{ نضع}$$

$$12x = 0$$

$$x = 0$$

$$f(0) = 1$$

الفترات	$(-\infty, 0)$	$(0, \infty)$
إشارة $f''$	---	+++
التعر	مقعّر لأسفل 	مقعّر لأعلى 

0.5

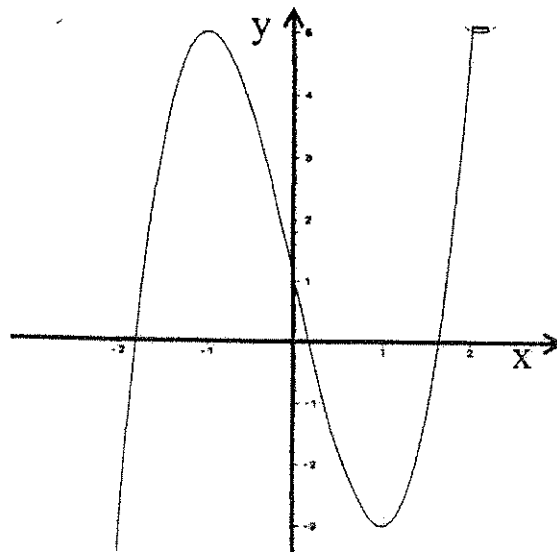
0.5

من الجدول نجد أن :

بيان الدالة  $f$  مقعر للأعلى على الفترة  $(0, \infty)$  ، بيان الدالة  $f$  مقعر للأسفل على الفترة  $(-\infty, 0)$

النقطة  $(0,1)$  نقطة انعطاف

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	5	1	-3	5
	نقطة إضافيه	نقطة عظمى محليه	نقطة إنعطاف	نقطة صغرى محليه	نقطة إضافيه



1

السؤال الثالث :

10

(a) لتكن الدالة  $f(x) = x^2 - 3x$  ، الدالة  $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة  $(g \circ f)$  عند  $x = -1$

(4 درجات)

الحل :

0.5

0.5

0.5

1

0.5

0.5

0.5

الدالة  $f$  كثيرة حدود متصلة على  $\mathbb{R}$  ،

الدالة  $f$  متصلة عند  $x = -1$  ..... (1)

$$f(-1) = 1 - 3(-1) = 4$$

∴ الدالة  $g$  دالة جذر تربيعي متصلة على  $[0, \infty)$

∴ دالة  $g$  متصلة عند  $x = 4$  ✓ أيضا

أي أن  $g$  متصلة عند  $f(-1)$  ..... (2)

من (1) ، (2) نجد أن الدالة  $g \circ f$  متصلة عند  $x = -1$

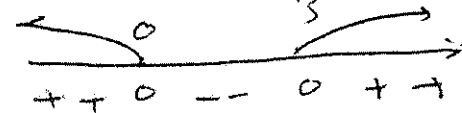


حل آخر

(1/2)  $(g \circ f)(x) = g[x^2 - 3x] = \sqrt{x^2 - 3x}$

مجال التعريف هو  $\{x : x^2 - 3x \geq 0, x \in \mathbb{R}\}$

$$x[x - 3] \geq 0$$



مجال التعريف هو  $\mathbb{R} - (0, 3)$

(1/2)  $(g \circ f)(x) = \sqrt{h(x)}$

(1/2)  $h(x) = x^2 - 3x$  متصلة عند  $x = -1$  لنرى متصلة

على كل من  $(-\infty, 0]$  و  $[3, \infty)$

(1)  $h(-1) > 0 \iff h(-1) = 4$

(1/2) ∴  $(g \circ f)(x)$  متصلة عند  $x = -1$

متصلة عند  $x = -1$

تابع السؤال الثالث :

$$(b) \text{ إذا كانت الدالة } f \text{ متصلة على } [1, 4] : f(x) = x + \frac{4}{x}$$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة  $[1, 4]$

(6 درجات)

الحل :

:: الدالة متصلة على  $[1, 4]$

:: الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية  $x = 1, x = 4$ .

0.5  $f(4) = 4 + 1 = 5$

0.5  $f(1) = 1 + 4 = 5$

$$f(x) = x + \frac{4}{x}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$$

1  $f'(x) = 0$

1.5  $1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2, x = -2$

0.5  $x = -2 \notin (1, 4)$

0.5  $x = 2 \in (1, 4)$

0.5  $f(2) = 4$



:: النقطة  $(2, 4)$  نقطة حرجة .

$x$	1	4	2
$f(x)$	5	5	4

من الجدول :

أكبر قيمة للدالة  $f$  في الفترة  $[1, 4]$  هي 5

:: 5 قيمة عظمى مطلقة .

أصغر قيمة للدالة  $f$  في الفترة  $[1, 4]$  هي 4

:: 4 قيمة صغرى مطلقة .

0.5

0.5

السؤال الرابع

10

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases} \quad : f \text{ لتكن الدالة } (a)$$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد  $f'(x)$  إن أمكن

الحل :

(6 درجات)

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{يبحث} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x + 1)$$

$$f'_-(1) = 2 \dots \dots \dots (1)$$

$$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2\sqrt{x} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(\sqrt{x} - 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x \rightarrow 1^+} (1) = 1 + 1 = 2, 2 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} (2)}{\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x} + 1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$f'_+(1) = 1 \dots \dots \dots (2)$$

وبالتالي  $f'_+(1) \neq f'_-(1)$  نجد : (1) و (2) غير موجودة

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{غير موجودة} & : x = 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases} \quad \text{ومنه :}$$

القسم الثاني ( الأسئلة الموضوعية ) :

جدول الإجابة



( 1 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 2 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 3 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 4 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 5 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 6 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 7 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 8 )	(a)	(b)	(c)	(d)
( 9 )	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

10

الدرجة : .....



قوانين الإحصاء

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{1-\frac{\alpha}{2}} ; -Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{القيمة الحرجة})$$

$$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{الخطأ المعياري للمجتمع})$$

$$E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع طبيعي})$$

$$(\bar{x} - E, \bar{x} + E) \quad \text{فترة ثقة للمتوسط الحسابي}$$

$$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}} \quad (\text{التوزيع } t)$$

$$E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (\text{هامش الخطأ - توزيع } t \text{ الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي})$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع طبيعي - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad (\text{المقياس الإحصائي - توزيع } t \text{ - الانحراف المعياري } \sigma \text{ غير معلوم})$$

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10	0.4999									
وأكثر										

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تريد قيمة Z عن 3.09

إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م  
المجال الدراسي / الرياضيات

جدول التوزيع t						
$\frac{\alpha}{2}$						
درجات الحرية (n - 1)	0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675