وزارة التربية

إمتحان الفترة الدراسية الأولى

للصف الثاني عشر علمي (2016 / 2017 م)

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة

تعليمات هامة

1) الإمتحان في (12) صفحة مختلفة عدا صفحات الغلاف و التعليمات و الجداول و القوانين
2) الزمن ساعتان و 45 دقيقة
3) الإمتحان ينقسم إلى قسمين :
   أ) القسم الأول :
   أسئلة المقال و عددها 4 أسئلة لكل سؤال 14 درجات من صفحة (1) إلى صفحة (9)
   ب) القسم الثاني :
   البنود الموضوعيه و تتكون من 10 بنود درجاتها 14 درجة ، درجة لكل من البندين (1) ، (2) و درجة و نصف لكل بند من (3) إلى (10) وهي من صفحة (10) إلى صفحة (11)
4) إجابة البنود الموضوعيه في صفحة (12)
5) الجداول في الصفحات (13) إلى (14)
6) القوانين في صفحة (15)
7) الدرجة الكلية (70)
8) تلغى درجة البند الموضوعي في حال تم تظليل أكثر من دائرة أو عدم تظليل أي دائرة
9) لن تصرف أية أوراق إضافية للإجابة غير هذه الأوراق المخصصة للإمتحان

****

دولـــة الكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(6 درجات)

(a) أوجد :

$$\lim_{x \to 0} \frac{\tan 2x + 3x \cos 4x}{5x}$$

الحل :

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 5x + 1}}{3x - 5}$$

الحل:

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث :

(7 درجات)

$$f(x)=\begin{cases}-2 & : x=1\\ x^2-3 & : 1<x<3\\ 5 & : x=3\end{cases}$$

الحل:

تابع السؤال الثاني :

(ب) إذا كان : $y = x \sin x$ (7 درجات)

فأثبت أن : $y'' + y - 2 \cos x = 0$

الحل :

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$

تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$
ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية

(5 درجات)

الحل :

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$ ثم إرسم بيانها (9 درجات)

الحل :

الرسم البياني

السؤال الرابع

14

(8 درجات)

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$ عند $x = 0$

الحل:

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل :

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1 – 2) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) إذا كانت الدالة f متصلة عند $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$

(2) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$

ثانيا : في البنود (3 – 10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

$(a)\ \infty$ $(b)\ -\infty$

$(c)\ 5$ $(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين $a\ ,b$ هما :

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$ $(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$ $(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الداله المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$ $(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\frac{1}{x-2}$ $(b)\ k(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

$(a)\ 0$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $(d)\ 4$

(7) الدالة f : $f(x) = |x^2 - 1|$ لها :

(a) قيمة صغرى مطلقة (b) قيمة عظمى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيا مما سبق

(8) إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متزايدة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :

$(a)\ x = 0$ $(b)\ x = 1$

$(c)\ y = 0$ $(d)\ y = 1$

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الإنحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي

$(a)\ -9.6$ $(b)\ 6.9$

$(c)\ 9.6$ $(d)\ -6.9$

إنتهت الأسئلة ،،،

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... × 1.5 = ...

14

الدرجة : .....

جدول التوزيع الطبيعي المعياري (Z)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990
3.10 وأكثر	0.4999									

ملاحظة: استخدم 0.4999 عندما تزيد قيمة Z عن 3.09

جدول التوزيع t

درجات الحرية $(n-1)$	$\frac{\alpha}{2}$ 0.005	0.01	0.025	0.05	0.10	0.25
1	63.657	31.821	12.706	6.314	3.078	1.000
2	9.925	6.965	4.303	2.920	1.886	0.816
3	5.841	4.541	3.182	2.353	1.638	0.765
4	4.604	3.747	2.776	2.132	1.533	0.741
5	4.032	3.365	2.571	2.015	1.476	0.727
6	3.707	3.143	2.447	1.943	1.440	0.718
7	3.500	2.998	2.365	1.895	1.415	0.711
8	3.355	2.896	2.306	1.860	1.397	0.706
9	3.250	2.821	2.262	1.833	1.383	0.703
10	3.169	2.764	2.228	1.812	1.372	0.700
11	3.106	2.718	2.201	1.796	1.363	0.697
12	3.054	2.681	2.179	1.782	1.356	0.696
13	3.012	2.650	2.160	1.771	1.350	0.694
14	2.977	2.625	2.145	1.761	1.345	0.692
15	2.947	2.602	2.132	1.753	1.341	0.691
16	2.921	2.584	2.120	1.746	1.337	0.690
17	2.898	2.567	2.110	1.740	1.333	0.689
18	2.878	2.552	2.101	1.734	1.330	0.688
19	2.861	2.540	2.093	1.729	1.328	0.688
20	2.845	2.528	2.086	1.725	1.325	0.687
21	2.831	2.518	2.080	1.721	1.323	0.686
22	2.819	2.508	2.074	1.717	1.321	0.686
23	2.807	2.500	2.069	1.714	1.320	0.685
24	2.797	2.492	2.064	1.711	1.318	0.685
25	2.787	2.485	2.060	1.708	1.316	0.684
26	2.779	2.479	2.056	1.706	1.315	0.684
27	2.771	2.473	2.052	1.703	1.314	0.684
28	2.763	2.467	2.048	1.701	1.313	0.683
29	2.756	2.462	2.045	1.699	1.311	0.683
30 وأكثر	2.575	2.327	1.960	1.645	1.282	0.675

قوانين الإحصاء

(القيمة الحرجة) $Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$: $-Z_{\frac{\alpha}{2}} = -Z_{\frac{1-\alpha}{2}}$

(الخطأ المعياري للمجتمع) $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

(هامش الخطأ – توزيع طبيعي) $E = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

فترة الثقة للمتوسط الحسابي $(\overline{x} - E \ , \ \overline{x} + E)$

(التوزيع t) $t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{1-\frac{\alpha}{2}}$

(هامش الخطأ – توزيع t الانحراف المعياري σ غير معلوم) $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$

(المقياس الإحصائي – توزيع طبيعي) $Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$

(المقياس الإحصائي – توزيع طبيعي – الانحراف المعياري σ غير معلوم) $Z = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

(المقياس الاحصائي – توزيع t – الانحراف المعياري σ غير معلوم) $t = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}}$

دولـــة الكـويت
وزارة الـتـربيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى للصف الثاني عشر علمي 2016 / 2017 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة عدد الصفحات 13 صفحه

القسم الأول : أسئلـة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

14

(6 درجات)

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0} \frac{tan\ 2x + 3x\ cos\ 4x}{5x}$$

الحل :

$$\frac{tan\ 2x + 3x\ cos\ 4x}{5x} = \frac{tan\ 2x}{5x} + \frac{3x\ cos\ 4x}{5x} \qquad [2]$$

$$= \frac{tan\ 2x}{5x} + \frac{3}{5}\ cos\ 4x \quad , \quad x \neq 0 \qquad [0.5]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{tan\ 2x}{5x}\right) = \frac{2}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{3x\ cos\ 4x}{5x}\right) = \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}\ cos\ 4x = \frac{3}{5}\ (1) = \frac{3}{5} \qquad [1]$$

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{tan\ 2x + 3x\ cos\ 4x}{5x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{tan\ 2x}{5x} + \frac{3}{5}\ cos\ 4x\right) \qquad [0.5]$$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{tan\ 2x}{5x}\right) + \frac{3}{5}\lim_{x\to 0}(\ cos\ 4x) \qquad [0.5]$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1 \qquad [0.5]$$

(تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد : (8 درجات)

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}$$

الحل:

$$f(x)=\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\frac{\sqrt{x^2(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2})}}{x(3-\frac{5}{x})} \quad [1]$$

$$=\frac{|x|\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})} \quad , \ |x|=-x \text{ يكون } x<0 \text{ عندما} \quad [0.5]$$

$$=\frac{-x\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{x(3-\frac{5}{x})}=-\frac{\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}} \quad ,x\neq 0 \quad [1]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}+\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{x^2}=3-0+0=3\ ,3>0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}=\sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}\right)}=\sqrt{3} \quad [1]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right)=\lim_{x\to-\infty}3-\lim_{x\to-\infty}\frac{5}{x}=3-0=3 \quad , \quad 3\neq 0 \quad [1.5]$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{3x^2-5x+1}}{3x-5}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{3-\frac{5}{x}}$$

$$=\frac{-\lim_{x\to\infty}\sqrt{3-\frac{5}{x}+\frac{1}{x^2}}}{\lim_{x\to\infty}(3-\frac{5}{x})}=\frac{-\sqrt{3}}{3}=\frac{-1}{\sqrt{3}} \quad [1.5]$$

المطبعة المصرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الفترة الدراسية الأولى نسخة النموذج

14

السؤال الثاني

(a) إدرس إتصال الدالة f على $[1,3]$ حيث : (7 درجات)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : x = 1 \\ x^2 - 3 & : 1 < x < 3 \\ 5 & : x = 3 \end{cases}$$

الحل :

$f(x) = x^2 - 3 \quad : \quad x \in (1,3)$

$\forall \ c \in (1,3), \quad f(c) = c^2 - 3$ [0.5]

$\lim_{x \to c} f(x) = \lim_{x \to c} (x^2 - 3) = c^2 - 3$ [0.5]

$\Rightarrow \lim_{x \to c} f(x) = f(c) \quad \forall x \in (1,3)$ [0.5]

$\therefore$ f متصله على $(1,3)$ .....(1) [0.5]

ندرس إتصال الداله f عند $x = 1$ من اليمين

$f(1) = -2$ [0.5]

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 1 - 3 = -2 = f(1)$ [0.5]

الداله f متصله عند $x = 1$ من اليمين .....(2) [0.5]

ندرس إتصال الداله f عند $x = 3$ من اليسار

$f(3) = 5$ [0.5]

$\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^-} (x^2 - 3)$ [0.5]

$= 9 - 3 = 6 \neq f(3)$ [0.5]

الداله f غير متصله عند $x = 3$ من اليسار .....(3) [0.5]

من (1) ، (2) ، (3) f ليست متصله على $[1,3]$ و لكنها متصلة على $(1,3)$ [1]

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كانت : $y = x \sin x$

فأثبت أن : $y'' + y - 2\cos x = 0$ (7 درجات)

الحل :

$y = x \sin x$

$y' = \sin x \cdot (x)' + x \cdot (\sin x)' = \sin x + x\cos x$ [3]

$y'' = \cos x + \cos x \cdot (x)' + x \cdot (\cos x)'$ [1.5]

$= \cos x + \cos x + x \cdot (-\sin x) = 2\cos x - x \sin x$ [1]

$y'' + y - 2\cos x = 2\cos x - x \sin x + x \sin x - 2\cos x$ [1]

$= 0$ [0.5]

المملكة المغربية ديوان علم الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الفترة الدراسية الأولى للسنة الدراسية

14

السؤال الثالث :

(a) بين أن الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x + 2$
تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على الفترة $[0, 4]$
ثم أوجد قيمة c التي تنبيء بها النظرية (5 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ وبالتالي فهي متصلة على الفترة $[0 , 4]$ [0.5]

وقابلة للاشتقاق على $(0 , 4)$ [0.5]

∴ شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة على الفترة $[0 , 4]$ ∴ يوجد على الأقل $c \in (0 , 4)$ بحيث : 0.5

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \qquad [0.5]$$

$$= \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0}$$

$$\because f(4) = (4)^3 - 3(4) + 2 = 54 \qquad [0.5]$$

$$f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 2 = 2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3 \quad , f'(c) = 3c^2 - 3 \qquad 0.5$$

$$\therefore 3c^2 - 3 = \frac{54 - 2}{4} \qquad [0.5]$$

$$3c^2 - 3 = 13 \Rightarrow 3c^2 = 16 \Rightarrow c^2 = \frac{16}{3} \qquad [0.5]$$

$$\Rightarrow \quad c = \frac{\pm 4}{\sqrt{3}}$$

$$c = \frac{-4}{\sqrt{3}} \notin (0 , 4)$$

$$\therefore c = \frac{4}{\sqrt{3}} \in (0 , 4) \qquad [0.5]$$

الجمهورية السورية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الفترة الدراسية الأولى نسخة النموذجية

تابع السؤال الثالث :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^2 - x^4 + 5$ وإرسم بيانها (9 درجات)

الحل:

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R} = (-\infty, \infty)$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty}(-x^4) = -\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^4) = -\infty$ [0.5]

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود فهي متصلة على $\mathbb{R}$ وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$f'(x) = 4x - 4x^3$ [0.5]

$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Rightarrow 4x(1-x^2) = 0 \Rightarrow 4x(1-x)(1+x) = 0$

$4x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 2(0)^2 - (0)^4 + 5 = 5$

$\therefore$ (0,5) نقطة حرجة [0.5]

$x = 1 \Rightarrow f(2) = 2(1)^2 - (1)^4 + 5 = 6$

$\therefore$ (1,6) نقطة حرجة [0.5]

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 2(-1)^2 - (-1)^4 + 5 = 6$

$\therefore$ (−1,6) نقطة حرجة [0.5]

نكون الجدول لدراسة إشارة f': [1]

$-\infty$		-1		0		1		∞
الفترات	$(-\infty, -1)$		$(-1, 0)$		$(0, 1)$		$(1, \infty)$	
إشارة f'	+ + +		− − −		+ + +		− − −	
سلوك الدالة f	↗↗		↘↘		↗↗		↘↘	

من الجدول :

f متزايدة على كلا من الفترتين $(0,1)$, $(-\infty,-1)$, f متناقصة على كلا من الفترتين $(1,\infty)$, $(-1,0)$

نستطيع أن نلاحظ من الجدول أنه توجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ وقيمتها $f(0) = 5$

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = -1$ وقيمتها $f(-1) = 6$

وزارة التربية 2016-2017

وتوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 1$ وقيمتها $f(1) = 6$

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$$f''(x) = 4 - 12\,x^2 \qquad [0.5]$$

نضع $f''(x) = 0$

$$4 - 12\,x^2 = 0 \Rightarrow 12\,x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{12} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{\pm 1}{\sqrt{3}}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \qquad [0.5]$$

$$x = -\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 + 5 = 5\frac{5}{9} \qquad [0.5]$$

$-\infty$ ←		$\frac{-1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	→ ∞
الفترات	$(-\infty, \frac{-1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$	$(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$	
إشارة f''	+ + +	− − −	+ + +	
بيان الدالة f	مقعر لأعلى	مقعر لأسفل	مقعر لأعلى	

[1.5]

من الجدول نجد أنّ :

بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترتين $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \infty)$, $\left(-\infty, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ ،

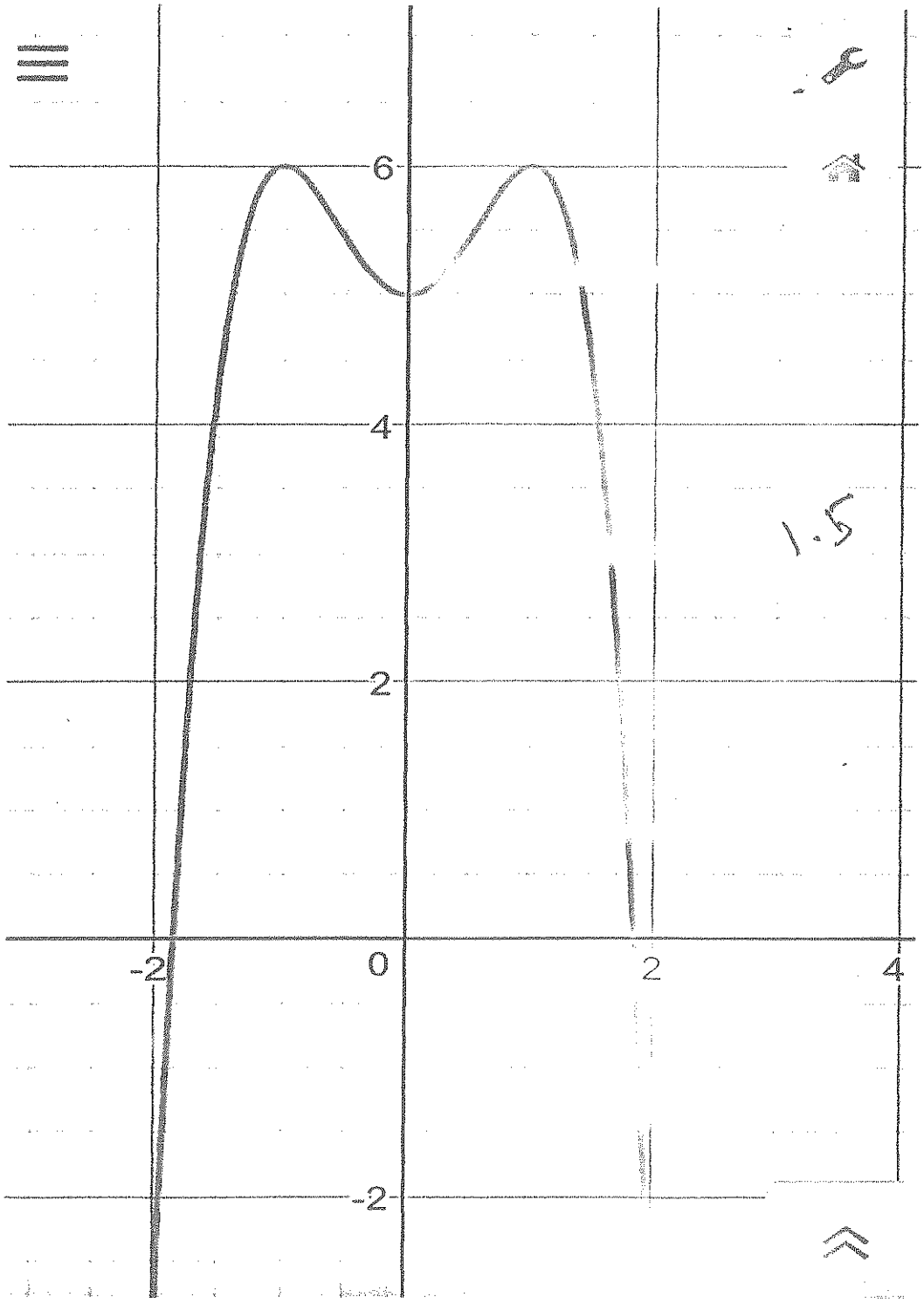
بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

النقطة $(-\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$ نقطة انعطاف

النقطة $(\frac{1}{\sqrt{3}}, 5\frac{5}{9})$ نقطة انعطاف

المملكة العربية السعودية ديوان علم الموازنة
وزارة التربية
2016-2017
الفترة الدراسية الأولى نسخة الإجابة

ورقة الرسم البياني



وزارة التربية
2016-2017

14

السؤال الرابع

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الداله f : $f(x)=\frac{3x-4}{x+2}$ عند $x=0$

(8 درجات)

الحل:

$$f(0)=\frac{0-4}{0+2}=\frac{-4}{2}=-2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x)=\frac{(x+2)\cdot(3x-4)'-(x+2)'.(3x-4)}{(x+2)^2}$$

(1) (1)

$$=\frac{(x+2)\cdot(3)-(3x-4)\cdot(1)}{(x+2)^2} \qquad [3]$$

(1)

$$=\frac{10}{(x+2)^2} \qquad [1]$$

ميل المماس :

$$m=f'(a)=f'(0)=\frac{10}{(0+2)^2}=\frac{10}{4}=\frac{5}{2} \qquad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y-f(a)=f'(a)\,(x-a) \qquad [1]$$

$$y-(-2)=\frac{5}{2}\,(x-0) \qquad [0.5]$$

$$2y+4=5x \qquad [0.5]$$

$$2y-5x+4=0$$

المملكة المغربية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الفترة الدراسية الأولى نسخة الأستاذ

تابع السؤال الرابع :

(b) يعتقد مدير شركة أن متوسط رواتب المستخدمين لديه 290 دينار ، فإذا أخذت عينة عشوائية من 10 مستخدمين و تبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ دينار وإنحرافها المعياري $S = 32$ دينار . فهل يمكن الإعتماد على هذه العينة لتأكيد ما إفترضه باستخدام مستوى ثقة 95 % (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (6 درجات)

الحل :

$S = 32 \text{ ، } n = 10 \text{ ، } \bar{x} = 283$

① صياغة الفروض الإحصائية

$H_1 : \mu \neq 290$ مقابل $H_0 : \mu = 290$ [0.5]

② نوجد المقياس الإحصائي

$\because \sigma$ غير معلوم ، $n \leq 30$ [0.5]

$$\therefore t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{283 - 290}{\frac{32}{\sqrt{10}}} \approx -0.6917 \quad [1.5]$$

③ $\because \quad n = 10$

$\therefore$ درجات الحرية :

$n - 1 = 10 - 1 = 9$ [0.5]

مستوى الثقة 95 %

$\therefore \quad 1 - \alpha = 0.95$

$\therefore \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025$ [0.5]

من جدول توزيع t نجد :

$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025} = 2.262$ [0.5]

④ منطقة القبول : $(-t_{\frac{\alpha}{2}} , t_{\frac{\alpha}{2}}) = (-2.262 , 2.262)$ [1]

⑤ اتخاذ القرار الإحصائي :

$\because -0.6917 \in (-2.262 , 2.262)$ [0.5]

$\therefore$ القرار بقبول فرض العدم $\mu = 290$ [0.5]

الطبعة المصرية ديوان عام الوزارة
وزارة التربية
2016-2017
الإدارة المركزية للمناهج والمواد التعليمية

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود $(1-2)$ ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) إذا كانت الدالة f متصلة على $[-3,1]$ ، g دالة متصلة على $[-1,3]$ فإن $f+g$ هي دالة متصلة عند $x=0$

(2) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x+3}$ فإن $f'(1)=\frac{1}{4}$

ثانيا :في البنود $(3-10)$ لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(3) $\lim\limits_{x\to 3^-}\frac{5}{(x-3)}=$

$(a)\ \infty$ $(b)\ -\infty$

$(c)\ 5$ $(d)\ 0$

(4) إذا كانت :

$$\lim_{x\to\infty}\frac{ax^2+bx+3}{2x+5}=3$$

فإن قيم الثابتين $a\ ,b$ هما :

$(a)\ a=0\ ,\ b=6$ $(b)\ a=0\ ,\ b=-6$

$(c)\ a=0\ ,\ b=2$ $(d)\ a=0\ ,\ b=-2$

(5) الدالة المتصلة عند $x=2$ فيما يلي هي

$(a)\ f(x)=\sqrt{x-2}$ $(b)\ g(x)=|x-2|$

$(c)\ h(x)=\frac{1}{x-2}$ $(d)\ k(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

(6) إذا كانت الدالة f : $f(x)=3x+\tan x$ ، فإن $f'(0)$ تساوي

$(a)\ 0$ $(b)\ 1$

$(c)\ 3$ $(d)\ 4$

المديرية العامة لديوان ضمان الجودة
وزارة التربية
2016-2017
الفترة الدراسية الأولى لسنة الإختبارات

(7) الدالة f : $f(x) = |x^2 - 1|$ لها :

(a) قيمة صغرى مطلقة (b) قيمة عظمى مطلقة

(c) نقطتان حرجتان فقط (d) ليس أيا مما سبق

(8) إذا كانت الدالة f' : $f'(x) = -3x$ فإن الدالة f

(a) متزايدة على الفترة $(0, \infty)$

(b) متزايدة على مجال تعريفها

(c) متزايدة على الفترة $(-\infty, 0)$ ، متناقصة على الفترة $(0, \infty)$

(d) متناقصة على الفترة $(-\infty, 0)$

(9) للدالة f : $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ مماس رأسي معادلته :

$(a)\ x = 0$ $(b)\ x = 1$

$(c)\ y = 0$ $(d)\ y = 1$

(10) في دراسة لمجتمع إحصائي تبين أن متوسطه الحسابي $\mu = 125$ أخذت عينة من هذا المجتمع حجمها $n = 36$ فتبين أن متوسطهما الحسابي $\bar{x} = 130$ إذا كان المقياس الإحصائي $Z = 3.125$ فإن الإنحراف المعياري σ تحت مستوى ثقة 95% يساوي

$(a)\ -9.6$ $(b)\ 6.9$

$(c)\ 9.6$ $(d)\ -6.9$

إنتهت الأسئلة ،،،

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... × 1 = ...

(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

الدرجة : ..... × 1.5 = ...

14

الدرجة : .....

دولـــة الكـويت
وزارة الـتـربيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 12 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

10

(6 درجات)

(a) أوجد :

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{x^2 - 3x}}{x - 3}$$

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته : (4 درجات)

$2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1,0)$

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

(4 درجات)

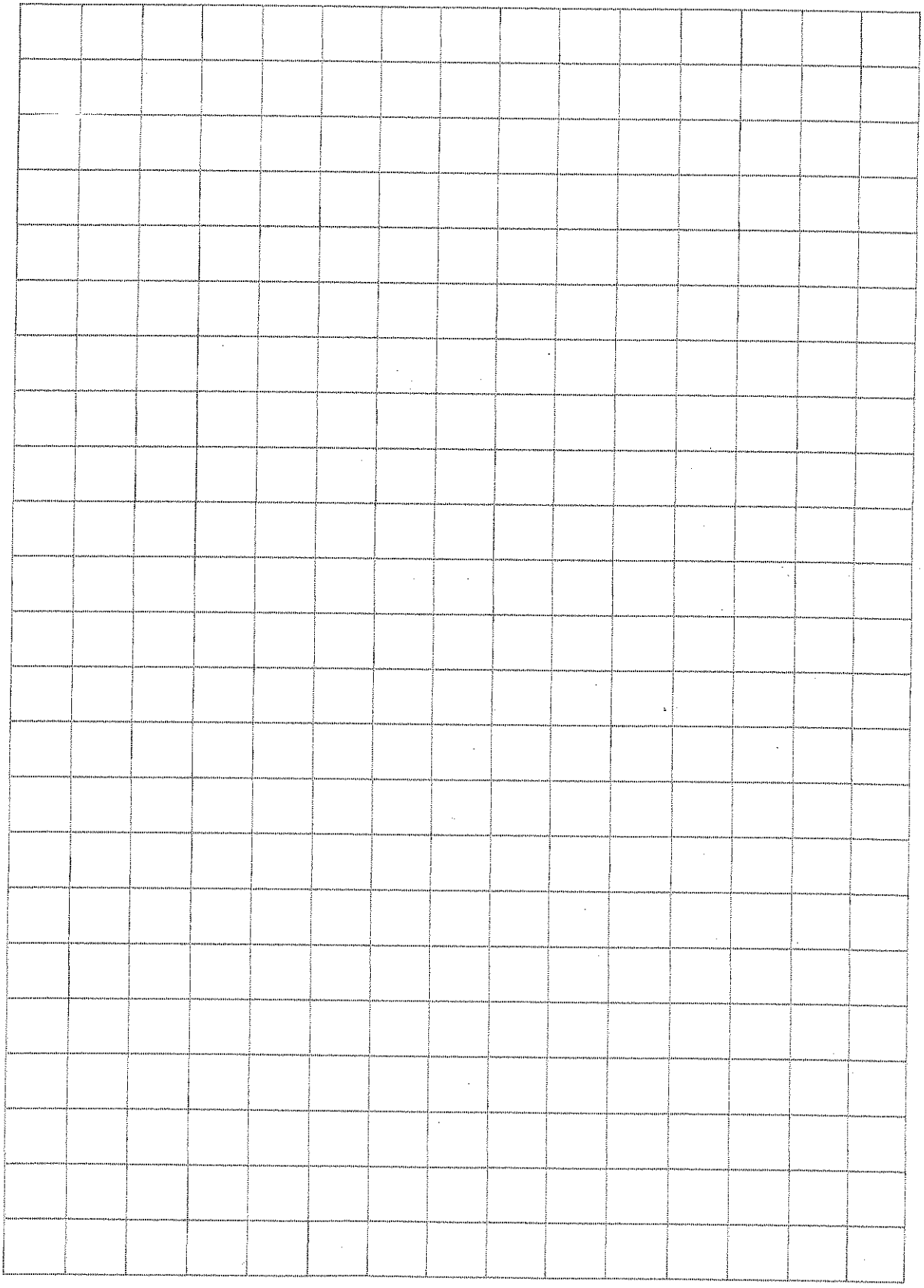
$$\lim_{x \to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

تابع السؤال الثاني :

(ب) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانها (6 درجات)

ورقة الرسم البياني



السؤال الثالث :

10

(4 درجات)

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة g : $g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \frac{4}{x}$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$ (6 درجات)

السؤال الرابع

10

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن (6 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(ب) أخذت عينه عشوائية من مجتمع طبيعي حجمها n=81 ومتوسطها الحسابي هو $\bar{x} = 50$ وإنحرافها المعياري S=9 باستخدام مستوى ثقة 95%

(1) أوجد هامش الخطأ

(2) أوجد فترة الثقة للمتوسط الحسابي للمجتمع الإحصائي μ

(3) فسر فترة الثقة

(4 درجات)

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-3) ظلل في جدول الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x}{|2x-3|} = \dfrac{1}{2}$

(2) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2,3]$ فإن : $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = f(-2)$

(3) إذا كانت الداله f : $f(x) = \begin{cases} x^2+2x & : x \geq 1 \\ 4x-1 & : x < 1 \end{cases}$ فإن مجال f' هو $\mathbb{R}$

ثانيا :في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل في جدول الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ هي :

(a) 0
(b) $-\frac{1}{4}$
(c) $\frac{1}{4}$
(d) غير موجوده

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x} & : x \neq 0 \\ a & : x = 0 \end{cases}$ متصلة عند $x = 0$

فإن a تساوي

(a) 4
(b) $-\frac{1}{4}$
(c) -4
(d) $\frac{1}{4}$

(6) إن الدالة f : $f(x) = x + \sqrt{x^2} + 2$ ليست قابلة للإشتقاق عند $x = 0$ لوجود

(a) مماس عمودي
(b) إنفصال
(c) ناب
(d) ركن

(7) إذا كانت : $y = \frac{4}{3\pi} sin\ 3t - \frac{4}{5\pi} cos\ 5t$ فإن $\frac{dy}{dt}$ تساوي

$(a)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t + \frac{4}{\pi} sin\ 5t$ $(b)\ \frac{4}{\pi} sin\ 3t - \frac{4}{\pi} cos\ 5t$

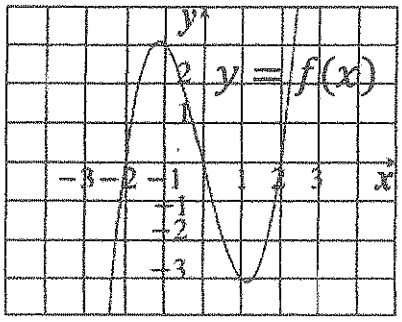
$(c)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t - \frac{4}{\pi} sin\ 5t$ $(d)\ \frac{4}{\pi} cos\ 3t - \frac{4}{\pi} sin\ 3t$

(8) عدد النقاط الحرجة للداله : $y = 3x^3 - 9x - 4$ على الفترة $(0,2)$ يساوي

$(a)\ 0$ $(b)\ 1$

$(c)\ 2$ $(d)\ 3$

(9) إذا كان بيان الداله f ممثلا بالشكل المقابل :
فإن $f''(x) < 0$ في الفترة



$(a)\ (-\infty, 0)$ $(b)\ (0, \infty)$

$(c)\ (-1, 1)$ $(d)\ (-\infty, 1)$

(10) إذا كان القرار رفض فرض العدم و كانت فترة الثقة هي : $(-1.96\ ,\ 1.96)$ فإن قيمة الإختبار z يمكن أن تكون :

$(a)\ 1.5$ $(b)\ 1.87$

$(c)\ -1.5$ $(d)\ -2.5$

إنتهت الأسئلة ،،،

دولـــه الـكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2015 / 2016 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 10 صفحات

القسم الأول : أسئلـة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

10

السؤال الأول :

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3}$$

(6 درجات)

الحل :

1 $\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3} = \frac{\sqrt{x^2(1-\frac{3}{x})}}{x(1-\frac{3}{x})} = \frac{|x|\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})}$ ، عندما $x>0$ يكون $|x|=x$

1 $= \frac{x\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{x(1-\frac{3}{x})} = \frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})}$

1 $\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right) = \lim_{x\to\infty} 1 - \lim_{x\to\infty}\frac{3}{x} = 1-0=1$ ، $1\neq 0$

1 $\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right) = 1$ ، $1>0$

0.5 $\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}} = \sqrt{\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)} = \sqrt{1}=1$

1.5 $\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2-3x}}{x-3} = \lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{(1-\frac{3}{x})} = \frac{\lim_{x\to\infty}\sqrt{1-\frac{3}{x}}}{\lim_{x\to\infty}(1-\frac{3}{x})} = \frac{1}{1} = 1$

تراعى الحلول الصحيحة الأخرى في جميع الأسئلة المقالية

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد ميل المماس ($\frac{dy}{dx}$) للمنحنى الذي معادلته :

$2y = x^2 - \cos y$ عند النقطة $A(1,0)$

الحل :

(4 درجات)

	$2y = x^2 - \cos y$
2	$2y' = 2x - y'(-\sin y)$
	$2y' = 2x + y' \sin y$
	$2y' - y' \sin y = 2x$
0.5	$y'(2 - \sin y) = 2x$
0.5	$y' = \frac{2x}{2-\sin y}$

ميل المماس للمنحني عند النقطة $A(1,0)$ هو :

1	$m = y'\Big\|_{x=1,y=0} = \frac{2}{2-\sin 0}$
	$= 1$

أو

$2y' = 2(1) + y' \sin(0)$ (1)

$2y' = 2 + 0$ (1/2)

$y' = 1$ (1/2)

10

السؤال الثاني

(a) أوجد :

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \sin x}{\cos x - 1}$$

الحل :

(4 درجات)

0.5 $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{x\sin x}{\cos x-1}\right)\left(\frac{\cos x+1}{\cos x+1}\right)\right)$

0.5 $= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{\cos^2 x-1}\right)$

0.5 $= \lim_{x\to 0}\left(\frac{x\sin x(\cos x+1)}{-\sin^2 x}\right)$

0.5 $= \lim_{x\to 0}\left(\left(\frac{-x}{\sin x}\right)(\cos x+1)\right)$

0.5 $= -\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{\sin x}\right).\lim_{x\to 0}(\cos x+1)$

0.5 + 0.5 $= -1.\left(\lim_{x\to 0}(\cos x)+\lim_{x\to 0}(1)\right)$

0.5 $= -1(1+1)$

الطبعة المصرية ديوان عام الوزارة
الفترة الدراسية الثانية نسخة التوجيه
وزارة التربية
2015-2016

تابع السؤال الثاني :

(b) إدرس تغير الدالة f : $f(x) = 2x^3 - 6x + 1$

ثم إرسم بيانها

(6 درجات)

الحل :

f دالة كثيرة حدود مجالها $\mathbb{R}$

نوجد النهايات عند الحدود المفتوحة

0.5 $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (2x^3) = -\infty$

$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} (2x^3) = \infty$

نوجد النقاط الحرجة للدالة f

f دالة كثيرة حدود قابلة للاشتقاق على مجالها

0.5 $f'(x) = 6x^2 - 6$

0.5 $f'(x) = 0$

0.5 $6x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 6(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \quad , \quad x = -1$

0.5 $x = 1 \Rightarrow f(1) = -3$

$\therefore (1, -3)$ نقطة حرجة

$x = -1 \Rightarrow f(-1) = 5$

$\therefore (-1,5)$ نقطة حرجة

نكون الجدول لدراسة إشارة f' :

	$-\infty$		-1		1		∞
0.5	الفترات	$(-\infty, -1)$		$(-1, 1)$		$(1, \infty)$	
0.5	إشارة f'	+ + +		− − −		+ + +	
0.5	سلوك الدالة f	↗↗		↘↘		↗↗	

منحنى الداله f متناقص على الفترة $(-1,1)$

و متزايد على كلا من الفترة $(1, \infty)$ و الفترة $(-\infty, -1)$

$(-1,5)$ نقطة عظمى محلية

$(1, -3)$ نقطة صغرى محلية

0.5

نكون الجدول لدراسة إشارة f'' :

$f''(x) = 12\,x$

نضع $f''(x) = 0$

$12x = 0$

$x = 0$

$f(0) = 1$

	$-\infty$	0	∞
الفترات	$(-\infty, 0)$		$(0, \infty)$
إشارة f''	$- - -$		$+ + +$
التقعر	مقعر لأسفل		مقعر لأعلى

0.5

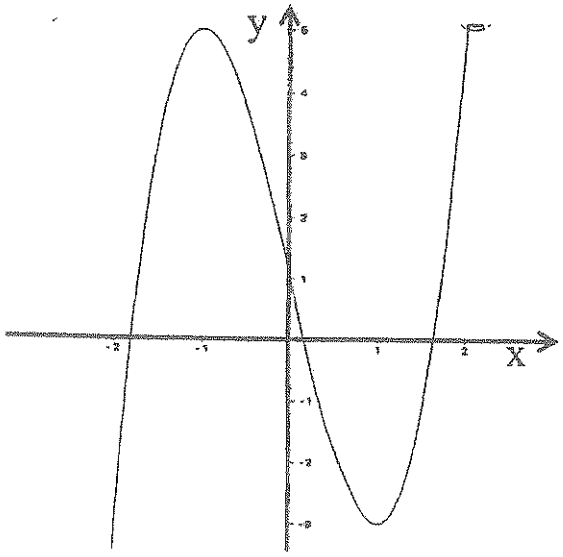
0.5

من الجدول نجد أنّ :

بيان الدالة f مقعر للأعلى على الفترة $(0, \infty)$ ، بيان الدالة f مقعر للأسفل على الفترة $(-\infty, 0)$

النقطة $(0,1)$ نقطة انعطاف

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-3	5	1	-3	5
	نقطة إضافيه	نقطة عظمى محليه	نقطة إنعطاف	نقطة صغرى محليه	نقطة إضافيه



1

10

السؤال الثالث :

(a) لتكن الدالة $f : f(x) = x^2 - 3x$ ، الدالة $g : g(x) = \sqrt{x}$

إبحث إتصال الدالة (gof) عند $x = -1$

(4 درجات)

الحل :

0.5
0.5
0.5
1
0.5 ← ①
0.5 ←
0.5

الداله f كثيرة حدود متصلة على $\mathbb{R}$ ،

الداله f متصله عند $x = -1$ .....(1)

$f(-1) = 1 - 3(-1) = 4$

∵ الداله g داله جذر تربيعي متصله على $[0, \infty)$

∴ g دالة متصله عند $x = 4$ ← أي حيا

اي أن g متصله عند $f(-1)$ .....(2) ←

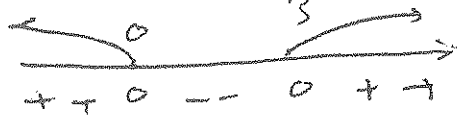
من (1) ، (2) نجد أن الدالة $g \circ f$ متصله عند $x = -1$

حل آخر

$(g \circ f)(x) = g[x^2 - 3x] = \sqrt{x^2 - 3x}$ (1/2)

مجال المقدار هو $\{x : x^2 - 3x \geq 0, x \in R\}$

$x[x - 3] \geq 0$ (1/2)



مجال المقدار هو $R - (0, 3)$ (1/2)

نضع $(g \circ f)(x) = \sqrt{h(x)}$ (1/2)

$h(x) = x^2 - 3x$ متصله عند $x = -1$ لذا متصله (1)

على كل من $(-\infty, 0]$ ، $[3, \infty)$

$h(-1) = 4$ ← $h(-1) > 0$ (1/2)

∴ $(g \circ f)(x)$ متصله عند $x = -1$ (1/2)

تابع السؤال الثالث :

(b) إذا كانت الدالة f متصلة على $[1,4]$: $f(x) = x + \frac{4}{x}$

أوجد القيم القصوى المطلقة للدالة في الفترة $[1,4]$

(6 درجات)

الحل :

∵ الدالة متصلة على $[1,4]$

∴ الدالة لها قيم قصوى مطلقة في هذه الفترة

نوجد قيم الدالة عند النقاط الطرفية $x = 4 , x = 1$.

0.5 $f(4) = 4 + 1 = 5$

0.5 $f(1) = 1 + 4 = 5$

$f(x) = x + \frac{4}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}$

1 $f'(x) = 0$

1.5 $1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{4}{x^2} = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \ , \ x = -2$

0.5 $x = -2 \notin (1,4)$

0.5 $x = 2 \in (1,4)$

0.5 $f(2) = 4$

∴ النقطة (2,4) نقطة حرجة .

x	1	4	2
$f(x)$	5	5	4

من الجدول :

اكبر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 5

0.5 ∴ 5 قيمة عظمى مطلقة .

أصغر قيمة للدالة f في الفترة $[1,4]$ هي 4

0.5 ∴ 4 قيمة صغرى مطلقة .

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة f : $f(x) = \begin{cases} x^2+1 & : x < 1 \\ 2\sqrt{x} & : x \geq 1 \end{cases}$

دالة متصلة على مجالها ، أوجد $f'(x)$ إن أمكن (6 درجات)

الحل :

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{نبحث} & : x = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$

$$f_-'(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} (x+1)$$

$f_-'(1) = 2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

$$f_+'(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 1^+} (\sqrt{x}+1) = \lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x\to 1^+} (1) = 1+1 = 2 \ , 2 \neq 0$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)} = \frac{\lim_{x\to 1^+}(2)}{\lim_{x\to 1^+}(\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$f_+'(1) = 1 \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

من (1) و (2) نجد : $f_+'(1) \neq f_-'(1)$ وبالتالي $f'(1)$ غير موجودة

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{غير موجودة} & : x = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

ومنه :

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

جدول الإجابة

(1)	(a)	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	(b)	(c)	(d)
(3)	(a)	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	(b)	(c)	(d)
(5)	(a)	(b)	(c)	(d)
(6)	(a)	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	(b)	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	(d)
(9)	(a)	(b)	(c)	(d)
(10)	(a)	(b)	(c)	(d)

المطبعة السرية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2015-2016 الفترة الدراسية الثانية نسخة النموذج

10

الدرجة : .....

دولـــة الكـويـت
وزارة الـتـربـيـة
إمتحان نهاية الفترة الدراسية الثانيه للصف الثاني عشر علمي 2014 / 2015 م
المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الأسئلة في 11 صفحه

القسم الأول : أسئلة المقال :
أجب عن الأسئلة التالية موضحا خطوات الحل في كل منها :

السؤال الأول :

10

(a) أوجد : (5 درجات)

$$\lim_{x\to 0} \frac{(3+x)^3 - 27}{x}$$

تابع السؤال الأول :

(5 درجات)

(b) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & : x < 1 \\ 3x + a & : x > 1 \\ b & : x = 1 \end{cases}$$

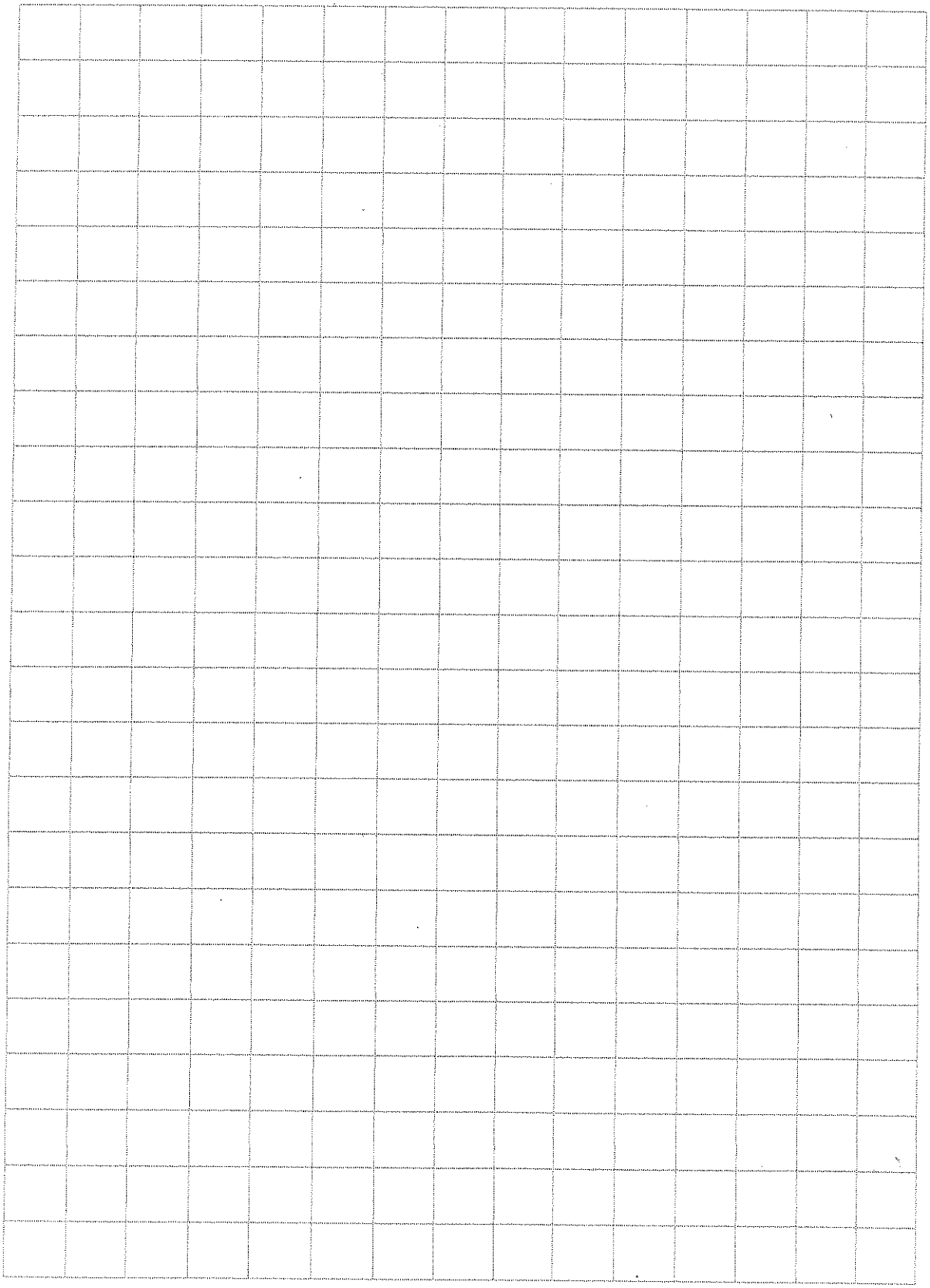
السؤال الثاني

10

(a) ادرس تغير الدالة f : $f(x) = x^3 - 3x$ وارسم بيانها

(7 درجات)

ورقة الرسم البياني



تابع السؤال الثاني :

(b) يعتقد مدير شركة دراسات إحصائيه أن متوسط الإنفاق الشهري على الطعام في منازل مدينه معينه يساوي 290 دينارا كويتيا ، فإذا أخذت عينه عشوائيه مكونه من 10 منازل فتبين أن متوسطها الحسابي $\bar{x} = 283$ وإنحرافها المعياري $S=32$

فهل يمكن الإعتماد على هذه العينه لتأكيد ما إفترضه المدير

إستخدم مستوى ثقه 95% (علما بأن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي) (3 درجات)

10

السؤال الثالث :

(a) أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة f : $f(x) = \frac{5x-7}{x^2-2}$ عند النقطة $A(1,2)$ (5 درجات)

تابع السؤال الثالث :

(b) تعطي الدالة $V(h) = 2\pi\ (-h^3 + 36h)$ حجم أسطوانه بدلالة إرتفاعها h

أوجد الإرتفاع $h(cm)$ للحصول على أكبر حجم للأسطوانه

ثم أوجد هذا الحجم .

(5 درجات)

10

السؤال الرابع

(a) لتكن الدالة g : $g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & , \quad x \leq 1 \\ 3x-2 & , \quad x > 1 \end{cases}$

أوجد إن أمكن $g'(1)$. (5 درجات)

تابع السؤال الرابع :

(b) أوجد : (5 درجات)

$$\lim_{x \to 0} \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x}$$

إمتحان نهايةالفترة الدراسيه الثانيه للصف الثاني عشرعلمي 2014 /2015 م
المجال الدراسي / الرياضيات

القسم الثاني (الأسئلة الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-3) ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

(1) $\lim_{x\to 3^-} \frac{1}{(3-x)^9} = -\infty$

(2) إذا كانت $f(x) = \sin 2x$ فإن : $f'(x) = 2\cos 2x$

(3) إذا كانت f داله متصله عند $x=c$ فإن الداله : $g(x) = \sqrt{f(x)}$ متصله عند $x=c$

ثانيا :في البنود (4-10) لكل بند أربع إختيارات واحد منها فقط صحيح اختر الإجابة الصحيحة ثم ظلل دائرة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة :

(4) $\lim_{x\to -\infty} \frac{-2x}{\sqrt{4x^2-x+3}} =$

(a) -1 (b) $\frac{-1}{2}$

(c) $\frac{1}{2}$ (d) 1

(5) لتكن الدالتين $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = 5x + 1$

فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي:

(a) $5x^2 + 16$ (b) $25x^2 + 10x + 4$

(c) $10x$ (d) $50x + 10$

(6) الدالة التي تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطه على الفترة $[-2, 3]$ هي $f(x) =$

(a) $\sqrt[3]{x}$ (b) $\tan x$

(c) $\sqrt{9 - x^2}$ (d) $\frac{1}{x}$

(7) إذا كانت $f(x) = (1 + 6x)^{\frac{2}{3}}$ فإن $f''(x)$ يساوي

(a) $-8(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$ (b) $-64(1 + 6x)^{-\frac{4}{3}}$

(c) $-8(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$ (d) $-64(1 + 6x)^{\frac{4}{3}}$

(8) إذا كانت : $x^2 - 3y^2 + 2xy = 0$ فإن $\frac{dy}{dx} =$

(a) $\frac{y-x}{3y-x}$ (b) $\frac{y+x}{3y-x}$

(c) $\frac{x-y}{3y-x}$ (d) $\frac{y-x}{3y+x}$

(9) إذا كانت f داله كثيرة حدود ، $(c, f(c))$ نقطة إنعطاف لها فإن :

(a) $f''(c)=0$ (b) $f'(c) = 0$

(c) $f(c) = 0$ (d) $f''(c)$ غير موجودة

(10) القيمة الحرجة $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ المناظرة لمستوى ثقة 96.6% هي :

(a)2.21 (b) 2.17

(c)21.2 (d) 2.12

إنتهت الأسئلة ،،،
مع التمنيات بالتوفيق و النجاح

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى
الصف الثاني عشر علمي
العام الدراسي 2015 / 2016 م

المجال الدراسي : الرياضيات
الـــــزمـــــن : 90 دقيقة
عـــــدد الأوراق : (9)

القسم الأول : أسئلة المقال
أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل فى كل منها)

11

السؤال الأول :

(أ) أوجد :

$$\lim_{x \to 9} \frac{x - 9}{3 - \sqrt{x}}$$

5

تابع السؤال الأول :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3}$$

6

11

السؤال الثاني :

(أ) أوجد :

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{3x - 5}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

6

تابع السؤال الثاني :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x \to 0} \frac{3 \tan x + x^2 \cos x}{5x}$$

5

10

السؤال الثالث :

(أ) لتكن $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 5$

5

تابع السؤال الثالث :

(ب) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

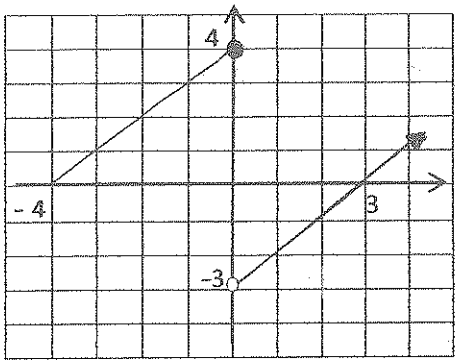
$$f(x)=\begin{cases} 5 & : x=1 \\ ax+b & : 1<x<4 \\ b+8 & : x=4 \end{cases}$$

5

القسم الثاني: أسئلة الموضوعي

أولا : في البنود من (1-3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في الرسم البياني المقابل $\lim_{x\to 0} f(x) = 4$



(2) $\lim_{x\to 2^-} \frac{1}{(x-2)^7} = -\infty$

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ وكان $\lim_{x\to -1}(f(x)-2) = -1$ فإن $f(-1) = 1$

في البنود (4-8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاجابة الصحيحة

(4) $\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} =$

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $-\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$

(5) $\lim_{x\to \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2} =$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) ∞ (d) $-\infty$

(6) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{3x\cos x} =$

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

(7) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند $x=3$ فإن a يمكن أن تساوي :

(a) 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

(8) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2\ ,3]$ فإن :

(a) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ (b) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=f(3)$

(c) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=f(-2)$ (d) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=f(-2)$

وزارة التربية
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

امتحان نهاية الفترة الدراسية الأولى
الصف الثاني عشر علمي
العام الدراسي 2015 /2016 م

المجال الدراسي : الرياضيات
الـــــزمـــــن : 90 دقيقة
عـــدد الأوراق : (9)

القسم الأول : أسئلة المقال

أجب عن الأسئلة التالية (موضحا خطوات الحل فى كل منها)

11

السؤال الأول :

(أ) أوجد :

$$\lim_{x \to 9} \frac{x-9}{3-\sqrt{x}}$$

$$\frac{x-9}{3-\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{-(\sqrt{x}-3)} \qquad \frac{1}{2}+1$$

$$= -(\sqrt{x}+3) \qquad x \neq 9 \qquad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \to 9} \frac{x-9}{3-\sqrt{x}} = \lim_{x \to 9} -(\sqrt{x}+3) = -(\lim_{x \to 9} \sqrt{x} + \lim_{x \to 9} 3) \qquad 1$$

$$= -(\sqrt{9}+3) \qquad 1$$

$$= -(3+3)$$

$$= -6 \qquad 1$$

5

تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الأول :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x - 3}$$

3	1	0	-7	0	-18
		3	9	6	18
	1	3	2	6	0

$\frac{1}{2}$ ∴ $\frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x-3} = x^3 + 3x^2 + 2x + 6$, $x \neq 3$

$\frac{1}{2}+1$ ∴ $\lim_{x\to 3} \frac{x^4 - 7x^2 - 18}{x-3} = \lim_{x\to 3} (x^3 + 3x^2 + 2x + 6)$

1 $= (3)^3 + 3(3)^2 + 2(3) + 6$

$\frac{1}{2}$ $= 66$

$\frac{1}{2}$

6

تابع الحلول الفرع

11

السؤال الثاني :

(أ) أوجد :

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}}$$

$\frac{1}{2}+1$ $$\frac{3x-5}{\sqrt{x^2-9}} = \frac{x(3-\frac{5}{x})}{\sqrt{x^2(1-\frac{9}{x^2})}} = \frac{x(3-\frac{5}{x})}{|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{x(3-\frac{5}{x})}{-x\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} \quad , |x| = -x : x<0$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{3-\frac{5}{x}}{-\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

1 $$\because \lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right) = \lim_{x\to-\infty}(1) - \lim_{x\to-\infty}\frac{9}{x^2} = 1-0 = 1 > 0$$

1 $$\because \lim_{x\to-\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x\to-\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1 \neq 0$$ (المقام)

1 $$\because \lim_{x\to-\infty}\left(3-\frac{5}{x}\right) = \lim_{x\to-\infty}(3) - \lim_{x\to-\infty}\left(\frac{5}{x}\right) = 3-0 = 3$$

$$\therefore \lim_{x\to-\infty}\frac{3x-5}{-\sqrt{x^2-9}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{3-\frac{5}{x}}{-\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$$

$\frac{1}{2}$ $$= \frac{\lim_{x\to-\infty}(3-\frac{5}{x})}{\lim_{x\to-\infty}-\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{3}{-1} = -3$$

6

تراعى الحلول الأخرى

تابع السؤال الثاني :

(ب) أوجد :

$$\lim_{x\to 0} \frac{3\tan x + x^2 \cos x}{5x}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{3\tan x + x^2 \cos x}{5x}$$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \lim_{x\to 0} \left(\frac{3\tan x}{5x} + \frac{x^2 \cos x}{5x} \right)$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \lim_{x\to 0} \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{\tan x}{x} + \frac{x \cos x}{5} \right)$

$1\frac{1}{2}$ $= \left(\lim_{x\to 0} \frac{3}{5} \cdot \lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} \right) + \left(\lim_{x\to 0} \frac{x}{5} \cdot \lim_{x\to 0} \cos x \right)$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ $= \left(\frac{3}{5} \cdot 1 \right) + \left(0 \cdot 1 \right)$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{3}{5}$

5

تراجع الحلول الأخرى

10

السؤال الثالث :

(أ) لتكن $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = 5$

نفرض أن $g(x) = \|x\|$ ، $h(x) = x^2 - 3x + 2$	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
$f(x) = (g \circ h)(x)$	
$= g(h(x)) = \|x^2 - 3x + 2\|$	$\frac{1}{2}$
① h دالة متصلة عند $x=0$	1
$h(0) = (0)^2 - 3(0) + 2 = 2$	
و دالة متصلة عند $x=2$	
② أي أن g دالة متصلة عند $h(0)$	1
من ① ②	
$\therefore$ $g \circ h$ متصلة عند $x=0$	1
$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x=0$	$\frac{1}{2}$

تراعى الحلول الأفرع

5

تابع السؤال الثالث :

(ب) أوجد قيمة a, b بحيث تكون الدالة f متصلة على مجالها حيث :

$$f(x)=\begin{cases} 5 & : x=1 \\ ax+b & : 1<x<4 \\ b+8 & : x=4 \end{cases}$$

مجال f : $\{1\} \cup (1,4) \cup \{4\} = [1,4]$ — 1

∴ f دالة متصلة على مجالها $[1,4]$ — $\frac{1}{2}$

∴ f متصلة عند $x=1$ من جهة اليمين

∴ $\lim_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$ — $\frac{1}{2}$

$\lim_{x \to 1^+} (ax+b) = 5$

$a+b=5 \longrightarrow a=5-b$ — ①

∴ f متصلة عند $x=4$ من جهة اليسار — $\frac{1}{2}$

∴ $\lim_{x \to 4^-} f(x) = f(4)$ — $\frac{1}{2}$

$4a+b=b+8$ وبالتعويض عن قيمة a :

$4a=8$

$a=2$ — 1

$a=5-b$ بالتعويض في المعادلة ①

$2=5-b$

$b=3$ — 1

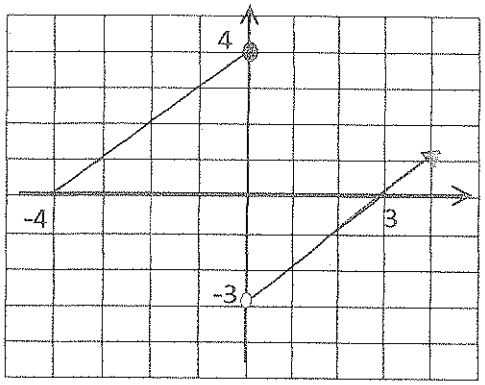
تراعى الحلول الأخرى

5

القسم الثاني: أسئلة الموضوعي

أولا : في البنود من (1-3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة، (b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) في الرسم البياني المقابل $\lim_{x\to 0} f(x) = 4$



(2) $\lim_{x\to 2^-} \frac{1}{(x-2)^7} = -\infty$

(3) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = -1$ وكان $\lim_{x\to -1}(f(x) - 2) = -1$ فإن $f(-1) = 1$

في البنود (4-8)لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاجابة الصحيحة

(4) $\lim_{x\to 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x} =$

(a) $-\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) $-\frac{1}{4}$ (d) $\frac{1}{4}$

(5) $\lim_{x\to \infty} \frac{x^3 - 2x + 5}{2x^4 + x^2 - 2} =$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 0 (c) ∞ (d) $-\infty$

(6) $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{3x\cos x} =$

(a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{2}{3}$

(7) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند $x=3$ فإن a يمكن أن تساوي :

(a) 4 (b) 9 (c) 16 (d) 25

(8) إذا كانت f دالة متصلة على $[-2\ ,3]$ فإن :

(a) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ (b) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=f(3)$

(c) $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=f(-2)$ (d) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=f(-2)$

اجـــــابـــــــة البنـــود المـــوضوعية

درجة لكل بند

السؤال	الإجابة			
(1)	a	b	c	d
(2)	a	b	c	d
(3)	a	b	c	d
(4)	a	b	c	d
(5)	a	b	c	d
(6)	a	b	c	d
(7)	a	b	c	d
(8)	a	b	c	d

تمنياتنا لكم بالتوفيق

المصحـــح :

المـــراجع :

8

وزارة التربية	اختـــبار الفـترة الدراسية الأولى	المادة : الرياضيات
الادارة العامة لمنطقة حولي التعليمية	العام الدراسي : 2015 – 2016 م	عدد الأوراق : 8 أوراق
التوجيه الفني للرياضيات	الصف : [الثاني عشر علمي]	الزمن : ساعة ونصف

12

السؤال الأول :

(a) أوجد إن أمكن :

$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

تابع السؤال الأول:

(b) إذا كانت $\lim_{x \to \infty} \frac{x - 2}{a x^2 + b x - 3} = -1$ أوجد قيمة كل من الثابتين a ، b

5

12

السؤال الثاني :

(a) لتكن $f(x) = |x^2 + 6x + 5|$ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 2$

4

تابع السؤال الثاني :

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[\ 1\ ,\ 3\ ]$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} -2 & : \quad x = 1 \\ x^2 - 3 & : \ 1 < x < 3 \\ 6 & : \quad x = 3 \end{cases}$$

8

10

السؤال الثالث:

(a) أوجد إن أمكن $\lim_{x \to 2} \frac{1}{|x - 2|}$

5

(b) أوجد $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x}$

5

السؤال الرابع : بنود موضوعية :

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{(x-2)} = -\infty$

(2) $\lim_{x \to -\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$

(3) $\lim_{x \to 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$

ثانيا :في البنود من (4) إلى (8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون :

(a) $\frac{1}{|x-2|}$

(b) $\sqrt{x-2}$

(c) $\frac{|x-2|}{x-2}$

(d) $\begin{cases} x^2-3 : & x > 2 \\ 3x-5 : & x \leq 2 \end{cases}$

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x) = \sqrt{x^2-a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي :

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25

(6) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 + 3$ حيث $x \neq 0$ ، الدالة g : $g(x) = \frac{x}{x-3}$ ،
فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي :

ⓐ $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$

ⓑ $\frac{x^2}{x^2 - 3}$

ⓒ $\frac{x^2 + 3}{x^2}$

ⓓ $\frac{x^2}{x^2 + 3}$

---

(7) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2 - 25}}$ متصلة على

ⓐ $(-\infty , \frac{1}{2}]$

ⓑ $(5 , \infty)$

ⓒ R

ⓓ $(-5 , 5)$

---

(8) $\lim\limits_{x \to -8} \frac{x + 8}{\sqrt[3]{x} + 2}$ =

ⓐ 12

ⓑ −12

ⓒ 4

ⓓ −4

انتهت الأسئلة ومع تمنيات توجيه الرياضيات لكم بالتوفيق و النجاح

وزارة التربية	اختـــبار الفـترة الدراسية الأولى	المادة : الرياضيات
الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية	العام الدراسي : 2015 – 2016 م	عدد الأوراق : 8 أوراق
التوجيه الفني للرياضيات	الصف : [الثاني عشر علمي]	الزمن : ساعة ونصف

السؤال الأول :

(a) أوجد إن أمكن : $\lim_{x \to 3} \dfrac{\sqrt{x^2 + 7} - 4}{x^2 - 4x + 3}$

الحل :

بالتعويض المباشر عن $x = 3$ في البسط والمقام نحصل على صيغه معينة $\lim_{x\to 3} \frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-4x+3}$ 0.5

$$\frac{\sqrt{x^2+7}-4}{x^2-4x+3} \times \frac{\sqrt{x^2+7}+4}{\sqrt{x^2+7}+4} = \frac{x^2+7-16}{(x^2-4x+3)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$ 1

$$\frac{x^2-9}{(x^2-4x+3)(\sqrt{x^2+7}+4)} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x-1)(x-3)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$ 1

$$= \frac{(x+3)}{(x-1)(\sqrt{x^2+7}+4)} \ , \ x \neq 3$$ 1

$$\lim_{x\to 3}(x^2+7) = 16 > 0$$ 0.5

$$\Rightarrow \lim_{x\to 3}\sqrt{x^2+7} = \sqrt{\lim_{x\to 3}(x^2+7)} = \sqrt{16} = 4$$ 0.5

$$\lim_{x\to 3}(x-1)\left(\sqrt{x^2+7}+4\right) = \lim_{x\to 3}(x-1) \cdot \lim_{x\to 3}\left(\sqrt{x^2+7}+4\right)$$ 0.5

$$= \lim_{x\to 3}(x-1) \cdot \left(\lim_{x\to 3}\sqrt{x^2+7} + \lim_{x\to 3}4\right)$$ 0.5

$$= 2 \cdot (4+4) = 16 \neq 0$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x^2+7}-3}{x^2-4x+3} = \lim_{x\to 3}\frac{(x+3)}{(x-1)(\sqrt{x^2+7}+4)}$$

$$= \frac{\lim_{x\to 3}(x+3)}{\lim_{x\to 3}(x-1)(\sqrt{x^2+7}+4)} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$ 1

تابع السؤال الأول:

(b) إذا كانت $\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1$ أوجد قيمة كل من الثابتين a ، b

الحل :

1	$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1 \ , \ -1 \neq 0$
1	∴ درجة البسط تساوي درجة المقام
1	معامل $ax^2 = 0 \Rightarrow a = 0$
2	$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{bx-3} = -1 \ ,$ $\frac{1}{b} = -1 \Rightarrow b = -1$

12

السؤال الثاني :

(a) لتكن $f(x) = |x^2 + 6x + 5|$ ابحث اتصال الدالة f عند $x = 2$

الحل :

نفرض أن $h(x) = x^2 + 6x + 5$ ، $g(x) = |x|$

فنجد أن :

$$f(x) = (g \circ h)(x) = g(h(x)) = |x^2 + 6x + 5|$$

h داله متصله عند x=2.....(1)

h(2)= 4 + 12 + 5

h(2)= 21

g داله متصله عند x=21

أي أن g متصله عند x=h(2) .....(2)

من (1) ، (2) الدالة $g \circ h$ هي داله متصله عند x=2

0.5

1

0.5

0.5

0.5

0.5

0.5

تابع السؤال الثاني :

(b) ادرس اتصال الدالة f على $[\,1\,,\,3\,]$ حيث :

$$f(x)=\begin{cases}-2 & : \quad x=1\\ x^2-3 & : \quad 1<x<3\\ 6 & : \quad x=3\end{cases}$$

الحل :

0.5 $\quad f(x)=x^2-3 \quad : \quad x\in(1,3)$

1 $\quad \forall\, c\in(1,3), \quad f(c)=c^2-3$

1 $\quad \lim\limits_{x\to c} f(x)=\lim\limits_{x\to c}(x^2-3)=c^2-3 \Rightarrow \lim\limits_{x\to c} f(x)=f(c) \quad \forall\, x\in(1,3)$

0.5 $\quad \therefore$ f متصلة على $(1,3)$ .....(1)

0.5 ندرس إتصال الداله f عند $x=1$ من اليمين

0.5 $\quad f(1)=-2$

1 $\quad \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(x^2-3)=1-3=-2=f(1)$

0.5 الداله f متصلة عند $x=1$ من اليمين .....(2)

0.5 ندرس إتصال الداله f عند $x=3$ من اليسار

0.5 $\quad f(3)=6$

1 $\quad \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}(x^2-3)=9-3=6=f(3) \Rightarrow$

0.5 الداله f متصلة عند $x=3$ من اليسار .....(3)

0.5 من (1) ، (2) ، (3) f متصلة على $[\,1\,،\,3\,]$

8

10

السؤال الثالث:

(a) أوجد إن أمكن $\lim_{x \to 2} \frac{1}{|x-2|}$

الحل :

$$\frac{1}{|x-2|} = \begin{cases} \frac{1}{x-2} & x > 2 \\ \frac{-1}{x-2} & x < 2 \end{cases}$$

1

1.5

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{1}{|x-2|} = \lim_{x \to 2^+} \frac{1}{x-2} = \infty \ ,$$

1.5

$$\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{|x-2|} = \lim_{x \to 2^-} \frac{-1}{x-2} = \infty$$

1

$$\lim_{x \to 2} \frac{1}{|x-2|} = \infty$$

5

(b) أوجد $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{2x^2 - x}$

الحل :

1

$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{2x^2 - x} \right) = \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{x(2x-1)} \right)$$

1.5

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \left(\frac{1}{2x-1} \right)$$

1

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{2x-1} \right)$$

1.5

$$= (1)\ (-1) = -1$$

5

السؤال الرابع : بنود موضوعية :

أولا: في البنود من (1) إلى (3) عبارات ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خاطئة .

(1) $\lim_{x \to 2^-} \frac{1}{(x-2)} = -\infty$

(2) $\lim_{x \to -\infty} \frac{3x-7}{\sqrt{4x^2-8x+5}} = \frac{3}{2}$

(3) $\lim_{x \to 0} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x} = 0$

ثانيا :في البنود من (4) إلى (8) لكل بند أربعة اختيارات واحدة فقط صحيحة ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة .

(4) إذا كانت الدالة f متصلة عند $x = 2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون :

(a) $\frac{1}{|x-2|}$

(b) $\sqrt{x-2}$

(c) $\frac{|x-2|}{x-2}$

(d) $\begin{cases} x^2-3 : & x>2 \\ 3x-5 : & x \le 2 \end{cases}$

(5) إذا كانت الدالة f : $f(x)=\sqrt{x^2-a}$ متصلة عند $x = 3$ فإن a يمكن أن تساوي :

(a) 4

(b) 9

(c) 16

(d) 25

(6) لتكن الدالة f : $f(x) = x^2 + 3$ حيث $x \neq 0$ ، الدالة g : $g(x) = \frac{x}{x-3}$ ،
فإن $(g \circ f)(x)$ تساوي :

(a) $\frac{4x^2 - 18x + 27}{(x-3)^2}$

(b) $\frac{x^2}{x^2 - 3}$

(c) $\frac{x^2 + 3}{x^2}$

(d) $\frac{x^2}{x^2 + 3}$

---

(7) الدالة f : $f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2 - 25}}$ متصلة على

(a) $(-\infty , \frac{1}{2}]$

(b) $(5 , \infty)$

(c) R

(d) $(-5 , 5)$

---

(8) $\lim\limits_{x \to -8} \frac{x + 8}{\sqrt[3]{x} + 2}$ =

(a) 12

(b) -12

(c) 4

(d) -4

انتهت الأسئلة ومع تمنيات توجيه الرياضيات لكم بالتوفيق و النجاح

ورقة إجابة الموضوعي

السؤال	الإجابة			
(1)	●	b	c	d
(2)	a	●	c	d
(3)	a	●	c	d
(4)	a	b	c	●
(5)	●	b	c	d
(6)	a	b	●	d
(7)	a	●	c	d
(8)	●	b	c	d

8

لكل بند درجة واحدة فقط

وزارة التربية
منطقة العاصمة التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

امتحان الفترة الأولى للصف الثاني عشر للنظام الموحد
للعام الدراسي ٢٠١٥ /٢٠١٦ م

المجال الدراسي : الرياضيات
القسم العلمي
الزمن : ســـاعة ونصف

القسم الأول (أسئلة المقال)

أجب عن الأسئلة التالية :

12 درجـــة

السؤال الأول :

6 درجات

(a) أوجد $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x - 3}{\sqrt{x^2 - 9}}$

6 درجات

(b) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+9} & : \ x \leq 0 \\ \dfrac{6}{x+3} & : \ x > 0 \end{cases}$$

إدرس اتصال الدالة f على مجالها

السؤال الثاني: | **10 درجـــات**

5 درجات

(a) أوجد $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$

5 درجات

(b) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases}$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$

10 درجـــات

السؤال الثالث :

5 درجات

(a) أوجـد $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2}$

5 درجات

(b) لتكن $f(x) = 2x^2 - 3$ ، $g(x) = \sqrt{x+4}$ ابحث اتصال الدالة $(g \circ f)$ عند $x = -2$

القسم الثاني : البنود الموضوعية :

أولاً : في البنود من [1-3] ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) اذا كانت الدالة f معرفة في جوار العدد c فإن $\lim_{x \to c} f(x)$ موجودة .

(2) $\lim_{x \to -\infty} (-x^2 + x - 3x^3) = -\infty$

(3) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$

ثانياً : في البنود [4-8] لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة . ظلل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها .

(4) إذا كانت f

$$f(x) = \begin{cases} 2ax - 2 & : x \neq a \\ 3a & : x = a \end{cases}$$

متصلة عند $x = a$

فإن a يمكن ان تساوي :

(a) -1 (b) 0 (c) 2 (d) 1

(5) لتكن الدالة f

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & : x \geq 1 \\ \frac{x^2 - x}{1 - x} & : x < 1 \end{cases}$$

، ليست متصلة على الفترة

(a) $[1, \infty)$ (b) $(-\infty, 1)$ (c) $[-4, 1]$ (d) ليس أياً مما سبق صحيحاً

(6) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x) = x^2 + 3$ فإن الدالة $(f \circ g)(x)$ تساوي

(a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$ (b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ (c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

(7) إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$ وكان $f(1) = 4$ فإن :

$$\lim_{x \to 1} (f(x) - 3|x|) =$$

(a) 5 (b) 3 (c) 1 (d) 4

(8) $$\lim_{x \to -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3} =$$

(a) 9 (b) 0 (c) -3 (d) -9

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات

وزارة التربية — المجال الدراسي : الرياضيات

منطقة العاصمة التعليمية — امتحان الفترة الأولى للصف الثاني عشر للنظام الموحد — القسم العلمي

التوجيه الفني للرياضيات — للعام الدراسي ٢٠١٥/ ٢٠١٦ م — الزمن : ساعة ونصف

القسم الأول (أسئلة المقال)

أجب عن الأسئلة التالية :

12 درجة

السؤال الأول :

6 درجات

(a) أوجد $\lim_{x \to -\infty} \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-9}}$

$g(x) = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2-9}} = \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{x^2\left(1-\frac{9}{x^2}\right)}}$ ½

$g(x) = \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$ ∵ $x < 0$ ∴ $|x| = -x$ ½ + ½

$g(x) = \frac{x\left(2-\frac{3}{x}\right)}{-x\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{-\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$ ½

∵ $\lim_{x \to -\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right) = \lim_{x \to -\infty} 1 - \lim_{x \to -\infty} \frac{9}{x^2} = 1-0=1$ ½

$1 > 0$ و ½

∴ $\lim_{x \to -\infty} \sqrt{1-\frac{9}{x^2}} = \sqrt{\lim_{x \to -\infty}\left(1-\frac{9}{x^2}\right)} = \sqrt{1} = 1$ ½

$1 \neq 0$ و ½

$\lim_{x \to -\infty}\left(-\left(2-\frac{3}{x}\right)\right) = -\left(\lim_{x \to -\infty} 2 - \lim_{x \to -\infty} \frac{3}{x}\right)$ ½

$= -(2-0) = -2$ ½

∴ $\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{-\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}$

$= \frac{\lim_{x \to -\infty} -\left(2-\frac{3}{x}\right)}{\lim_{x \to -\infty}\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}} = \frac{-2}{1} = -2$ 1

6 درجات

(b) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+9} & : x \le 0 \\ \dfrac{6}{x+3} & : x > 0 \end{cases}$$

إدرس اتصال الدالة f على مجالها

مجال الدالة f

$Df = \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

$g(x) = \sqrt{x^2+9} = \sqrt{h(x)}$

$h(x) = x^2+9 \ge 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore h(x) \ge 0$ في الفترة $(-\infty, 0]$

$\therefore h$ متصلة لكل $x \in \mathbb{R}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore$ متصلة على $(-\infty, 0]$

$\therefore g(x) = \sqrt{x^2+9} = \sqrt{h(x)}$ $\frac{1}{2}$

متصلة على $(-\infty, 0]$

$\therefore f(x) = g(x)$ في الفترة $(-\infty, 0]$

$\therefore f$ متصلة على $(-\infty, 0]$ ← (1) $\frac{1}{2}$

$t(x) = \dfrac{6}{x+3}$ متصلة $\forall x \in \mathbb{R} - \{-3\}$ $\frac{1}{2}$

$\therefore t$ متصلة على $(0, \infty)$ $\frac{1}{2}$

$f(x) = t(x) \quad \forall x \in (0, \infty)$

$\therefore f$ متصلة على $(0, \infty)$ ← (2) $\frac{1}{2}$

نبحث إتصال f عند $x=0$ من اليمين

$f(0) = \sqrt{0+9} = 3$ $\frac{1}{2}$

$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{6}{x+3} = \dfrac{6}{0+3} = 2$, $(0+3) = 3$ $\frac{1}{2}$

$3 \neq 0$ ،

$\therefore \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) \neq f(0)$

$\therefore f$ ليست متصلة عند $x=0$ من اليمين ← (3) $\frac{1}{2}$

من (1)، (2)، (3) $\therefore f$ متصلة على $(0, \infty)$ و $(-\infty, 0]$ $\frac{1}{2}$

السؤال الثاني: — **10 درجـــات**

5 درجات

(a) أوجد $\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos x} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{1-\cos x} \times \frac{1+\cos x}{1+\cos x} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2(1+\cos x)}{(1-\cos x)(1+\cos x)}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2(1+\cos x)}{1-\cos^2 x} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \frac{x^2}{\sin^2 x} \cdot (1+\cos x) \quad \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{x}{\sin x}\right)^2 \cdot (1+\cos x) \quad \frac{1}{2}$$

$$= \lim_{x \to 0} \left(\frac{x}{\sin x}\right)^2 \cdot \lim_{x \to 0} (1+\cos x) \quad \frac{1}{2}$$

$$= \left(\lim_{x \to 0} \frac{x}{\sin x}\right)^2 \cdot \left(\lim_{x \to 0} 1 + \lim_{x \to 0} \cos x\right) \quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$= (1)^2 \cdot (1+1) \quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$= 1 \times 2$$

$$= 2 \quad \frac{1}{2}$$

5 درجات

(b) لتكن f :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|x+1|}{x+1} - 2x & : x \neq -1 \\ 2 & : x = -1 \end{cases}$$

ابحث اتصال الدالة f عند $x = -1$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+1}{x+1} - 2x & : x > -1 \quad \frac{1}{2} \\ 2 & : x = -1 \\ \dfrac{-(x+1)}{x+1} - 2x & : x < -1 \quad \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\therefore f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & : x > -1 \quad \frac{1}{2} \\ 2 & : x = -1 \quad \frac{1}{2} \\ -1 - 2x & : x < -1 \end{cases}$$

$f(-1) = 2$

$\lim\limits_{x \to -1^+} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^+} (1-2x) = 1-2(-1) = 3$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\lim\limits_{x \to -1^-} f(x) = \lim\limits_{x \to -1^-} (-1-2x) = -1-2(-1) = 1$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \lim\limits_{x \to -1^+} f(x) \neq \lim\limits_{x \to -1^-} f(x)$ $\frac{1}{2}$

$\therefore \lim\limits_{x \to -1} f(x)$ غير موجودة $\frac{1}{2}$

$\therefore$ الدالة f ليست متصلة عند $x = -1$ $\frac{1}{2}$

10 درجـــات

5 درجات

السؤال الثالث :

(a) أوجد $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2}$

بالتعويض المباشر عن $x=2$ نحصل على صيغة غير معينة

$$g(x) = \frac{\sqrt{2x-3} - 1}{x-2} \times \frac{\sqrt{2x-3} + 1}{\sqrt{2x-3} + 1} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2x-3-1}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2x-4}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} = \frac{2(x-2)}{(x-2)(\sqrt{2x-3}+1)} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{(\sqrt{2x-3}+1)} \quad : x \neq 2$$

$$\lim_{x \to 2}(2x-3) = 4-3 = 1 \ , \ 1 > 0 \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \to 2} \sqrt{2x-3} = \sqrt{\lim_{x \to 2}(2x-3)} = \sqrt{1} = 1 \quad \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \to 2}(\sqrt{2x-3}+1) = \lim_{x \to 2}\sqrt{2x-3} + \lim_{x \to 2} 1 \quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{1} + 1 = 2 \ , \ 2 \neq 0 \quad \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \to 2} g(x) = \lim_{x \to 2} \frac{2}{\sqrt{2x-3}+1}$$

$$= \frac{\lim_{x \to 2} 2}{\lim \sqrt{2x-3} + \lim_{x \to 2} 1} \quad \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{2} = 1 \quad \frac{1}{2}$$

5 درجات

(b) لتكن $f(x)=2x^2-3$ ، $g(x)=\sqrt{x+4}$ ابحث اتصال الدالة $(g\circ f)$ عند $x=-2$

$f(x)=2x^2-3$

$f \in k$ دالة كثيرة حدود متصلة عند كل $x \in k$ ..... $\frac{1}{2}$

① ← f متصلة عند $x=-2$ ∴ 1

② ← $f(-2)=2(-2)^2-3=5$ 1

نفرض أن $h(x)=x+4$

h متصلة عند $x=5$ أي عند $x=f(-2)$ ..... $\frac{1}{2}$

$h(5)=9$ ، $9>0$ ..... $\frac{1}{2}$

∴ 9 متصلة عند $x=5$ ..... $\frac{1}{2}$

أي أن 9 متصلة عند $x=f(-2)$ ..... $\frac{1}{2}$

③ ←

∴ الدالة $(g\circ f)$ متصلة عند $x=-2$ ..... $\frac{1}{2}$

حيث 1، 2، 3

القسم الثاني : البنود الموضوعية :

أولاً : في البنود من [1-3] ظلل في ورقة الإجابة (a) إذا كانت العبارة صحيحة

(b) إذا كانت العبارة غير صحيحة

(1) اذا كانت الدالة f معرفة في جوار العدد c فإن $\lim_{x \to c} f(x)$ موجودة .

(2) $\lim_{x \to -\infty} (-x^2 + x - 3x^3) = -\infty$

(3) $\lim_{x \to 0} \frac{1 - \sin x}{\cos^2 x} = 0$

ثانياً : في البنود [4-8] لكل بند أربع اختيارات واحدة منها فقط صحيحة . ظلل في ورقة الإجابة دائرة الحرف الدال على الإجابة الصحيحة لكل منها .

(4) إذا كانت f

$$f(x) = \begin{cases} 2ax - 2 & : x \neq a \\ 3a & : x = a \end{cases}$$

متصلة عند $x = a$

فإن a يمكن ان تساوي :

(a) -1 (b) 0 (c) 2 (d) 1

(5) لتكن الدالة f

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & : x \geq 1 \\ \frac{x^2 - x}{1 - x} & : x < 1 \end{cases}$$

، ليست متصلة على الفترة

(a) $[1, \infty)$ (b) $(-\infty, 1)$ (c) $[-4, 1]$ (d) ليس أياً مما سبق صحيحاً

(6) لتكن الدالة f : $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-3}}$ ، الدالة $g(x) = x^2 + 3$ فإن الدالة $(f \circ g)(x)$ تساوي

(a) $\frac{x^2}{x-3} + 3$ (b) $\frac{x}{\sqrt{x-3}} + 3$ (c) $\frac{-(x^2+3)}{x}$ (d) $\frac{x^2+3}{|x|}$

(7) إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 1$ وكان $f(1) = 4$ فإن :

$$\lim_{x \to 1} \left(f(x) - 3|x| \right) =$$

(a) 5 (b) 3 (c) 1 (d) 4

(8)

$$\lim_{x \to -3} \frac{2x^3 + 9x^2 + 9x}{x+3} =$$

(a) 9 (b) 0 (c) -3 (d) -9

انتهت الأسئلة مع أطيب التمنيات

إجـــابة البنود الموضوعية

1	a	**c**	c	d
2	a	**c**	c	d
3	a	**c**	c	d
4	a	b	**d**	d
5	a	b	**d**	d
6	a	b	c	**d**
7	a	b	**d**	d
8	**a**	b	c	d

الدرجة
8