دولة الكويت
وزارة التربية

وزارة التربية
التوجيه الفني العام للرياضيات

المركز الإقليمي لتطوير البرمجيات التعليمية

الإدارة العامة لمنطقة الجهراء التعليمية

مدرسة عروة بن الزبير الثانوية بنين

قسم الرياضيات

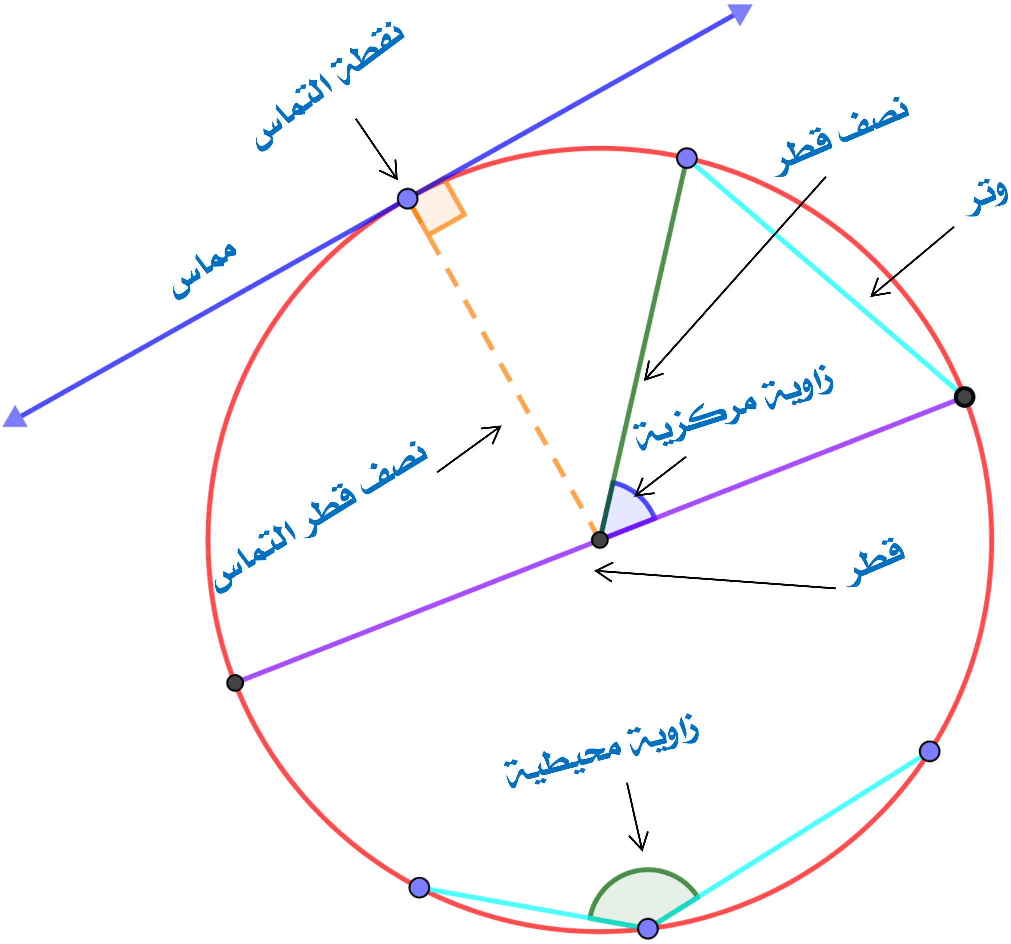
أوراق عمل للصف العاشر

الوحدة السادسة : هندسة الدائرة

إعداد : أ. محمد جبر الخوالدة

رئيس القسم : أ. حافظ حمدنا اللّه

مدير المدرسة : أ. ماجد مرزوق السالم



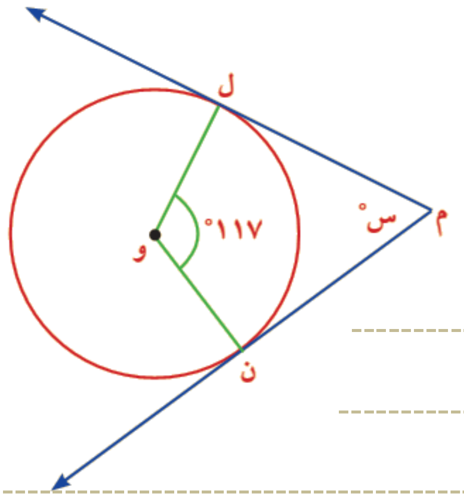
الدائرة	مماس الدائرة	الأوتار و الأقواس	الزوايا المركزية والزوايا المحيطية	الأوتار المتقاطعة ، المماس
٦-١(أ)	٦-١(ب)	٦-٢	٦-٣	٦-٤

نظرية (١) : كل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة تمر بها دائرة وحيدة .

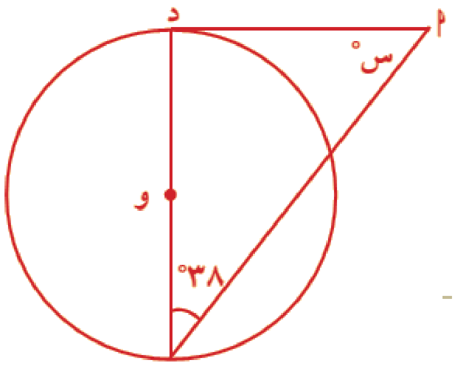
نظرية (٢) : المماس عمودي على نصف قطر التماس .

مثال(١) : في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{\text{م ل}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ مماسان للدائرة التي مركزها و .

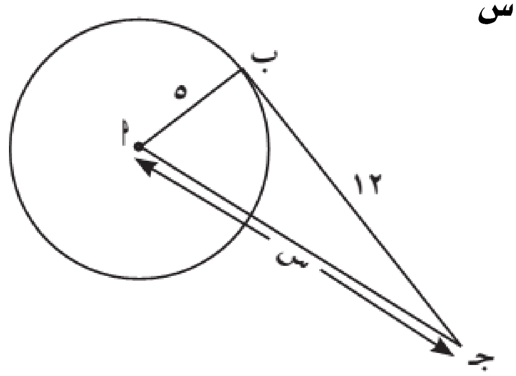
أوجد قياس الزاوية ل $\widehat{\text{م}}$ ن .



تطبيق(١) : في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة التي مركزها و أوجد قيمة س



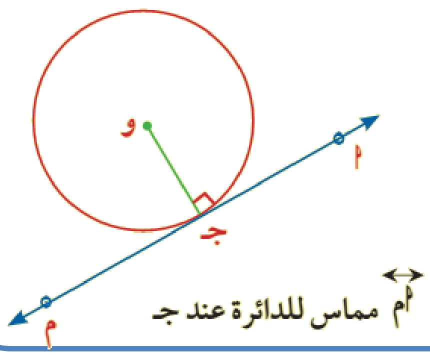
واجب: في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس للدائرة . أوجد قيمة س



نظرية (٣) : المستقيم العمودي على نصف قطر دائرة

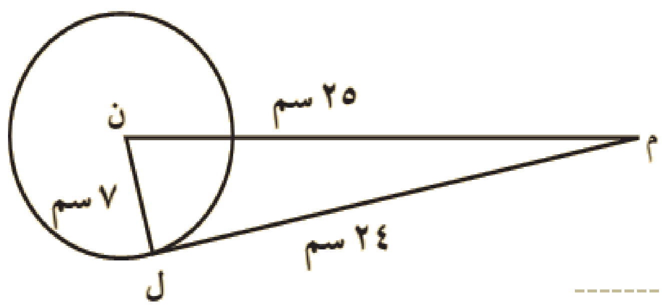
عند نهايته التي تنتمي إلى الدائرة

يكون مماساً لهذه الدائرة عند هذه النقطة .



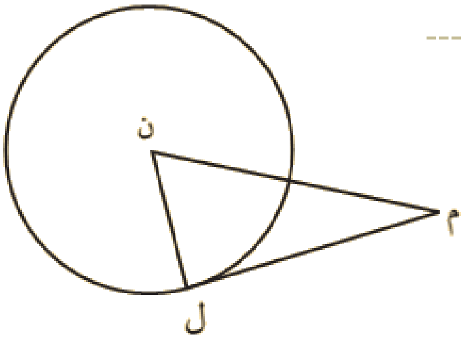
مثال(٢) : في الشكل المقابل : دائرة مركزها ن ، ن ل = ٧ سم ، ل م = ٢٤ سم ، ن م = ٢٥ سم

أثبت أن $\overleftrightarrow{م ل}$ **مماس للدائرة .**



تطبيق (٢) : في الشكل المقابل : دائرة مركزها ن ، ن ل = ٤ سم ، ل م = ٧ سم ، ن م = ٨ سم

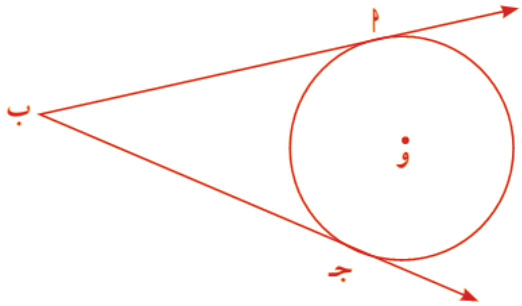
هل $\overleftrightarrow{\text{م ل}}$ مماس للدائرة التي مركزها ن ؟ فسر إجابتك .



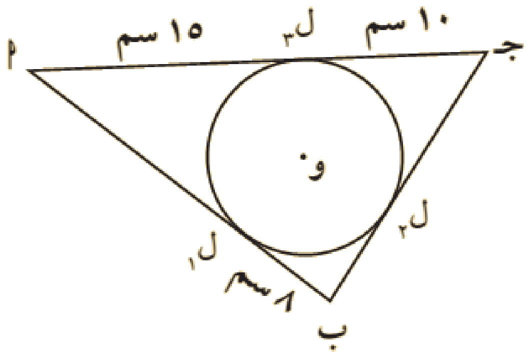
نظرية (٤) : القطعتان المماستان لدائرة و المرسومتان

من نقطة خارجها متطابقتان .

$$\overline{\text{أب}} \cong \overline{\text{جـ ب}}$$

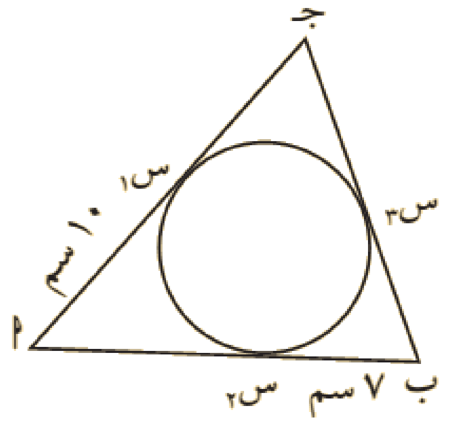


مثال(٣) : في الشكل المقابل أوجد محيط المثلث أ ب جـ



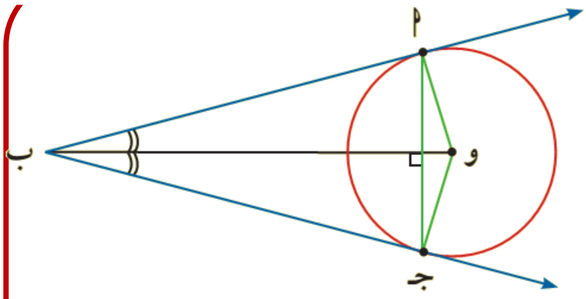
M.J.K

تطبيق(٣) : في الشكل المقابل إذا كان محيط المثلث ء ب جـ = ٥٠ سم فأوجد طول $\overline{\text{ب جـ}}$.



نتائج النظرية :

ء ب جـ متطابق الضلعين من النظرية السابقة .

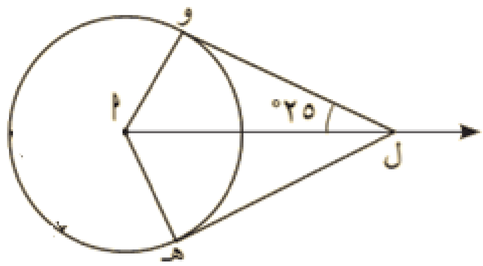


١. $\overleftarrow{\text{ب و}}$ منصف الزاوية ء $\widehat{\text{ب}}$ جـ

٢. $\overleftarrow{\text{وب}}$ منصف الزاوية ء $\widehat{\text{و}}$ جـ

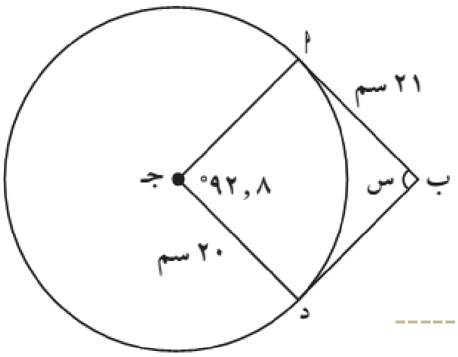
٣. $\overline{\text{وب}}$ ⊥ $\overline{\text{ء جـ}}$

مثال(٤) : في الشكل المقابل ، أوجد ق(ء $\widehat{\text{هـ}}$ ل) ، ق(ل $\widehat{\text{ء}}$ و) إذا كانت $\overline{\text{ل و}}$ ، $\overline{\text{ل هـ}}$ تمسان الدائرة



محمد جبر الخوالده
M.J.K

تطبيق(٤) : $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب د}}$ مماسان للدائرة



(أ) أوجد قيمة س

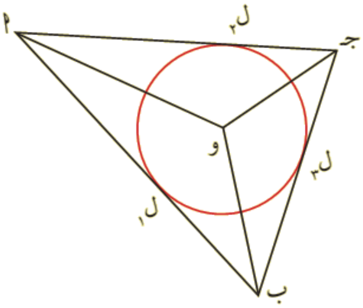
(ب) أوجد محيط الشكل الرباعي ب أ جـ د .

(جـ) أوجد ب جـ

الدائرة المحاطة بمثلث (الداخلة) :

هي دائرة مماسة لأضلاع المثلث الثلاثة من الداخل .

مركز هذه الدائرة هو : نقطة تلاقي منصفات الزوايا الداخلية للمثلث .

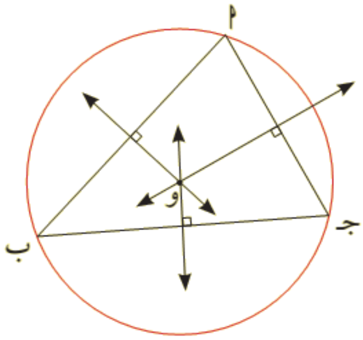


الدائرة المحيطة بمثلث (الخارجة) :

هي دائرة تمر برؤوس المثلث الثلاثة .

مركز هذه الدائرة هو :

نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لأضلاع المثلث .



بند ٦ – ٢ : الأوتار و الأقواس

نظرية (١) : في دائرة أو في دوائر متطابقة : ١) للزوايا المركزية المتطابقة أوتار متطابقة .

٢) الأوتار المتطابقة تقابل أقواساً متطابقة .

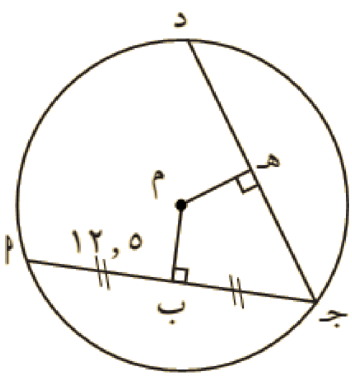
٣) للأقواس المتطابقة زوايا مركزية متطابقة .

نظرية (٢) :

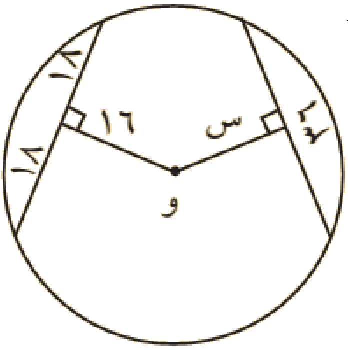
١ الأوتار المتطابقة في دائرة على أبعاد متساوية من مركز الدائرة .

٢ الأوتار التي على أبعاد متساوية من مركز دائرة تكون متطابقة .

مثال(١) : في الشكل المقابل ليكن م مركز الدائرة ، م ب = م هـ . أوجد طول $\overline{\text{جـ د}}$. فسر .



تطبيق(١) : في الشكل المقابل دائرة مركزها م أوجد قيمة س . فسر



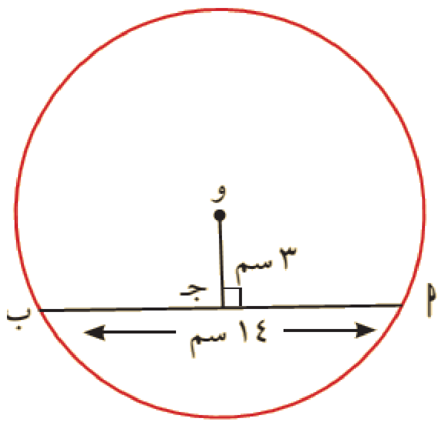
نظرية (٣) :

١) القطر العمودي على وتر في دائرة ينصفه و ينصف كلاً من قوسيه .

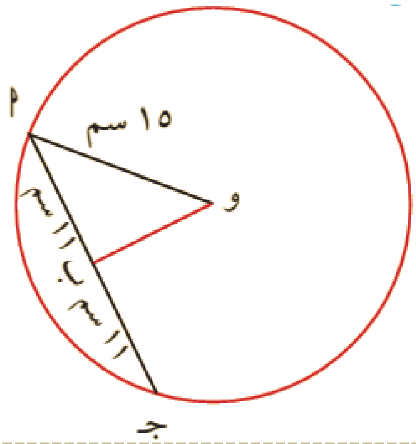
٢) القطر الذي ينصف وتراً (ليس قطراً) في دائرة يكون عمودياً على هذا الوتر .

٣) العمود المنصف لوتر في دائرة يمر بمركز الدائرة .

مثال (٢): في الشكل المقابل أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها و .



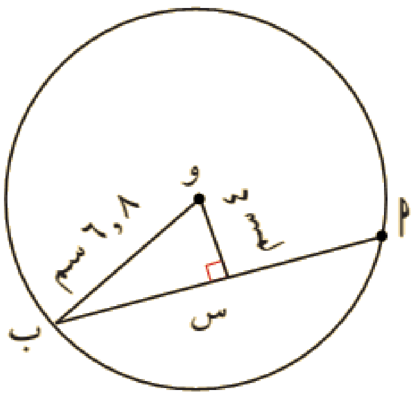
تطبيق(٢) : في الشكل المقابل أوجد البعد بين مركز الدائرة و الوتر .



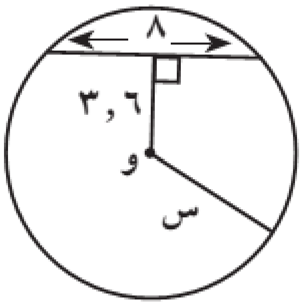
واجب : في الشكل المقابل أوجد :

١) طول الوتر $\overline{\text{أ ب}}$.

٢) المسافة من منتصف الوتر إلى منتصف القوس الأصغر $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$.



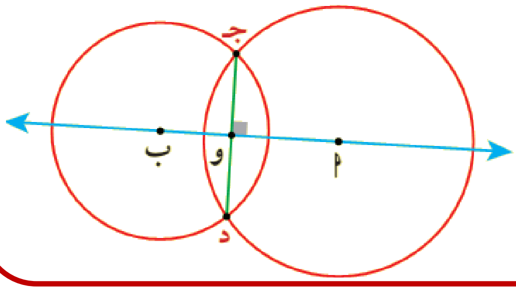
واجب : في الشكل المقابل أوجد قيمة س .



نتيجة:

خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عمودياً

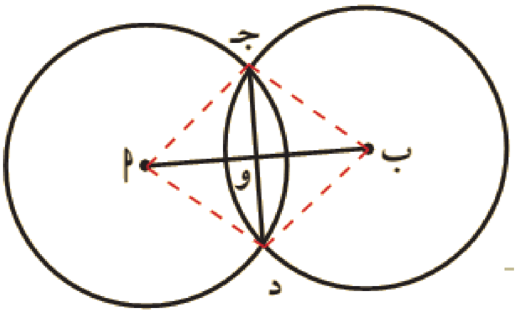
على الوتر المشترك بينهما و ينصفه .



مثال (٢): في الشكل المقابل دائرتين متطابقتين $\overline{\text{جـ د}}$ وتر مشترك .

إذا كان أب = ٢٤ سم ، بو =١٣ سم

فما طول $\overline{\text{جـ د}}$ ؟



بند ٦ – ٣ : الزوايا المركزية و الزوايا المحيطية

تعاريف :

١) الزاوية المركزية : هي زاوية رأسها مركز الدائرة و ضلعاها يقطعان الدائرة .

٢) الزاوية المحيطية : هي زاوية رأسها إحدى نقاط الدائرة و ضلعاها يقطعان الدائرة .

نظرية (١) :

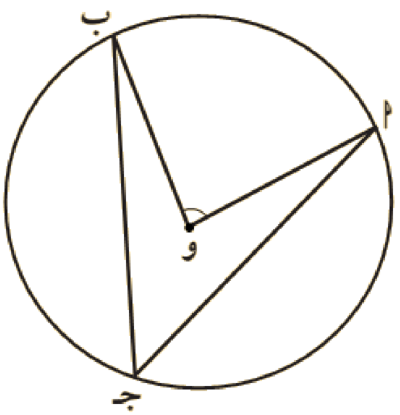
قياس الزاوية المركزية يساوي قياس القوس المحصورة بين ضلعيها على الدائرة .

نظرية (٢) :

في الدائرة قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المحصور بين ضلعيها .

نتيجة : قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في القوس نفسه .

مثال (١) : في الشكل المقابل : إذا كان ں ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ٨٠ ، فأوجد ں (أ جـ ب) .



M.J.K

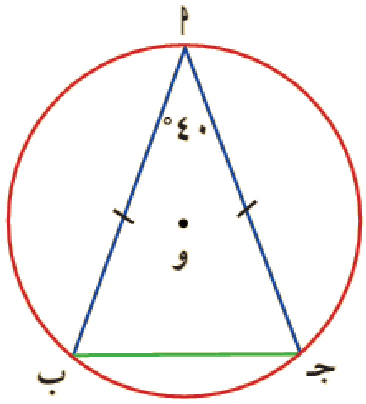
مثال(٢) : أ جـ ب مثلث متطابق الضلعين حيث أ ، ب ، جـ نقاط على الدائرة التي مركزها و ،

ق(ب أ جـ)=٤٠°

١) أوجد قياس كل من الأقواس أ ب ، ب جـ ، أ جـ

٢) إذا كان جـ هـ منصف الزاوية الداخلية أ جـ ب ويقطع الدائرة في النقطة هـ .

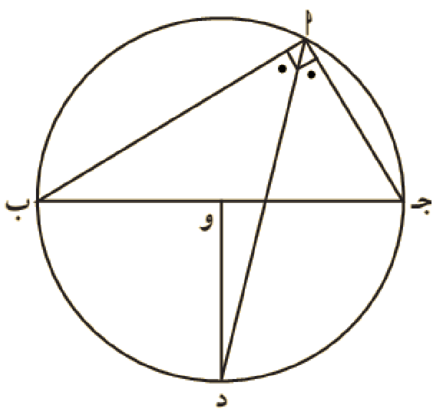
ما قياس القوس الأصغر أ هـ



تطبيق(٢) : في الشكل المقابل : دائرة مركزها و .

١) أثبت أن د و ⊥ ب جـ .

٢) إذا كان ق(أ ب جـ) = ٣٠ ، أوجد ق(أ د ب) .

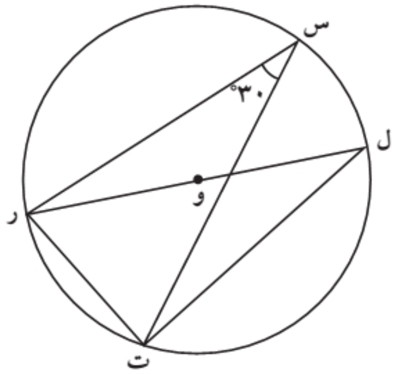


نتائج :

١) كل زاويتين محيطيتين في دائرة تحصران القوس نفسه متطابقتان .
٢) كل زاوية محيطية في دائرة تحصر نصف دائرة تكون زاوية قائمة .
٣) كل شكل رباعي دائري تكون زواياه المتقابلة متكاملة .

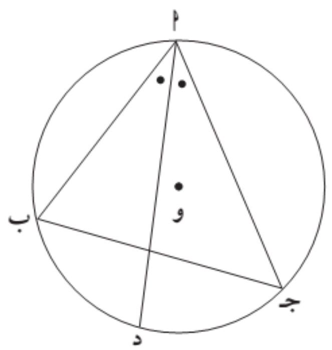
مثال(٣) : مستخدماً معطيات الشكل المقابل حيث "و" مركز الدائرة

(أ) أوجد ق(ل ت ر) ؟ (ب) أوجد ق(ل ر ت)



تطبيق(٣): في الشكل المقابل إذا كان ا د منصف الزاوية ا

أثبت أن المثلث ب جـ د متطابق الضلعين .



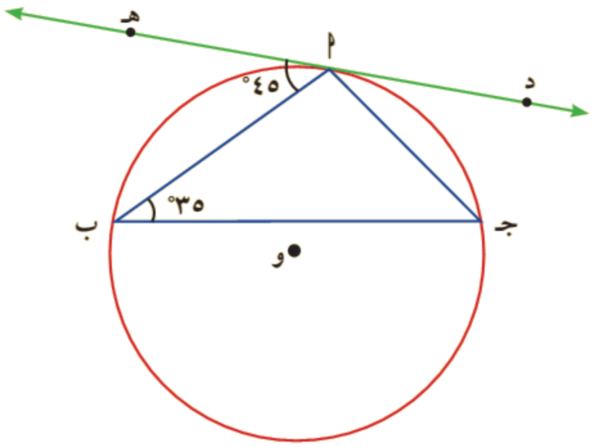
M.J.K

نظرية (٣) :

١) قياس الزاوية المماسية يساوي قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في القوس نفسه

٢) قياس الزاوية المماسية يساوي نصف قياس القوس المحصورة بين المماس و الوتر .

مثال(٤) : في الشكل المقابل : إذا كان $\overleftrightarrow{د هـ}$ مماساً للدائرة عند ﻫ ، فأوجد ق(جـ ﻫ ب)

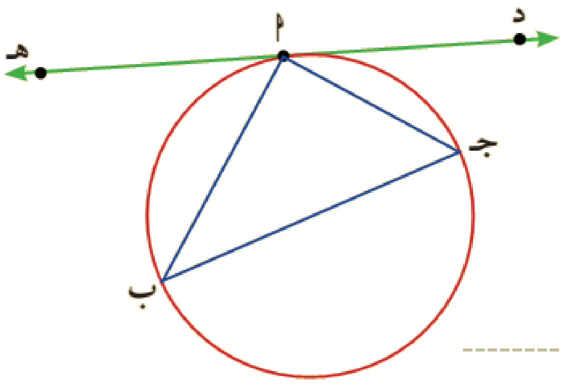


M.J.K

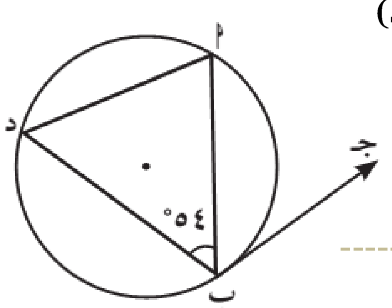
تطبيق(٤) : في الشكل المقابل ، لدينا : ق(د أ جـ) =٤٠ ، ق(هـ أ ب) =٥٠ °

١) أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب جـ

٢) أ ثبت أن جـ ب قطر للدائرة .



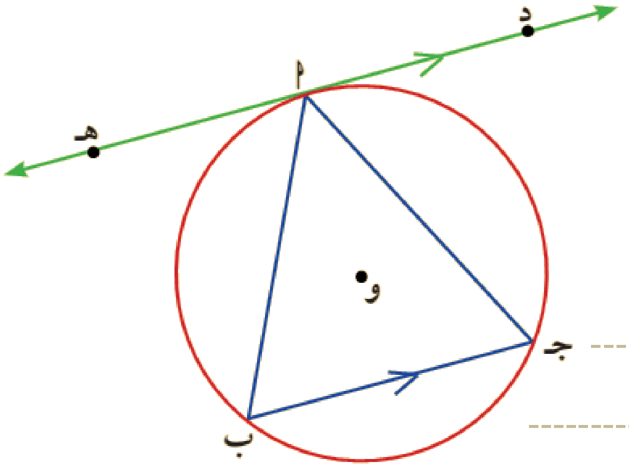
واجب : في الشكل المقابل إذا كان ق(ب د) =١٤٠ ، أوجد ق(أ ب جـ)



مثال (٥): في الشكل المقابل ، $\overleftrightarrow{\text{د ه}}$ مماس للدائرة عند النقطة أ ،

$\overline{\text{ب جـ}}$ وتر في الدائرة موازٍ للمماس $\overleftrightarrow{\text{د ه}}$

أثبت أن المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين .

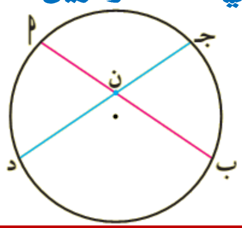


M.J.K

بند ٦-٤ : الأوتار المتقاطعة ، المماس

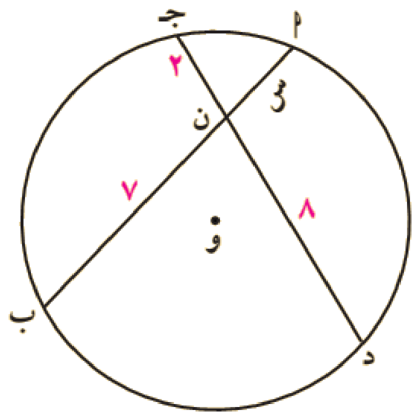
أولاً : تقاطع الأوتار داخل الدائرة :

نظرية (١) : إذا تقاطع وتران داخل دائرة ، فإن ناتج ضرب طولي جزئي أحد الوترين يساوي ناتج ضرب طولي جزئي الوتر الآخر .

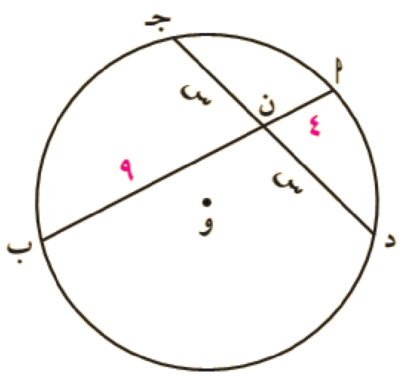


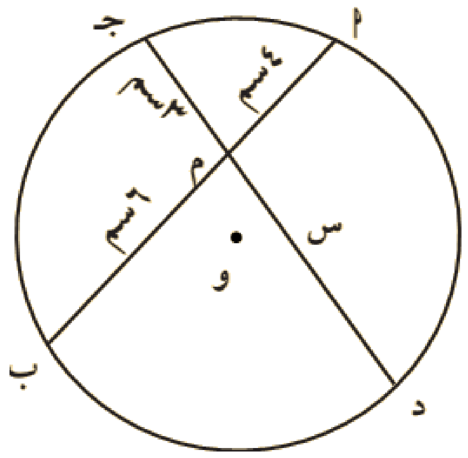
ن أ × ن ب = ن جـ × ن د

مثال(١) : في الشكل المقابل أوجد قيمة س .



تطبيق(١) : في الشكل المقابل أوجد قيمة س





مثال(٢) : في الدائرة المقابلة التي مركزها و :

م أ = ٤ سم ، م ب = ٦ سم ، م جـ = ٣ سم ، م د = س

١) أوجد قيمة س

٢) أوجد البعد بين المركز "و" والوتر د جـ

إذا علمت أن طول نصف قطر الدائرة يساوي ٦

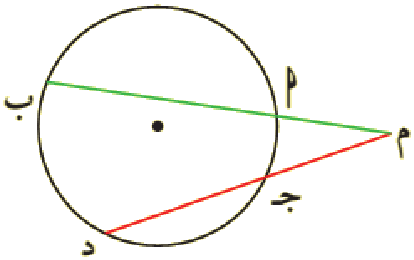
ثانياً : تقاطع الأوتار خارج الدائرة :

نتيجة (١) : إذا رسم قاطعان من نقطة خارج دائرة ،

فإن ناتج ضرب طول أحد القاطعين في طول جزئه الخارجي

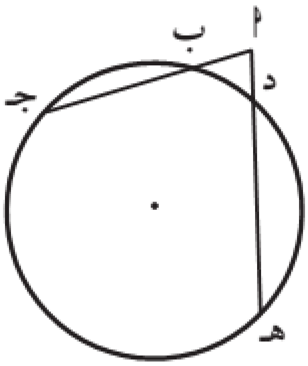
يساوي ناتج ضرب طول القاطع الآخر في طول جزئه الخارجي .

م أ × م ب = م جـ × م د



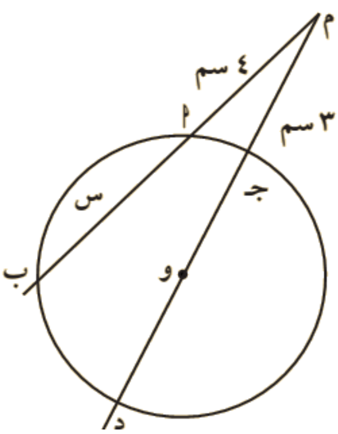
مثال(٣) : في الشكل المقابل : أ جـ =٢٠ ، ب جـ = ١٥ ، أ هـ =٢٥

أوجد دهـ

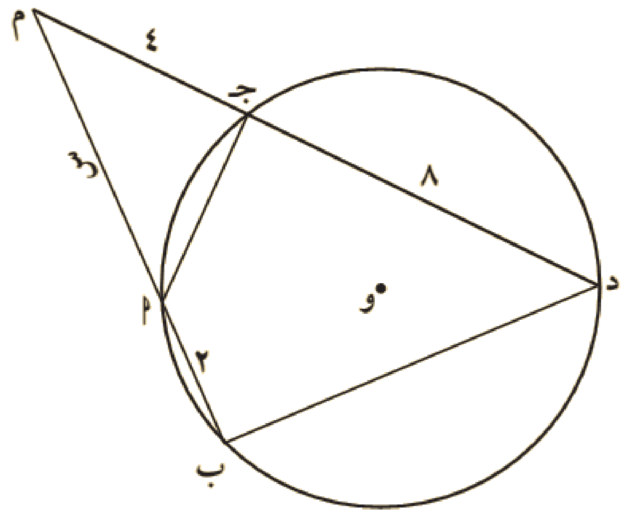


تطبيق(٣) : في الشكل المقابل ، دائرة مركزها و . طول نصف قطرها يساوي ٤ سم

أوجد قيمة س .



مثال(٤) : في الشكل المقابل : أوجد قيمة س

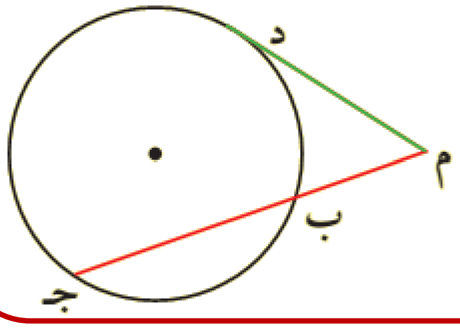


ثالثاً : تقاطع مماس و قاطع الدائرة من نقطة خارج الدائرة :

نتيجة (٢) : إذا رسم من نقطة خارج الدائرة قاطع و مماس ،

فإن ناتج ضرب طول القاطع في طول جزئه الخارجي

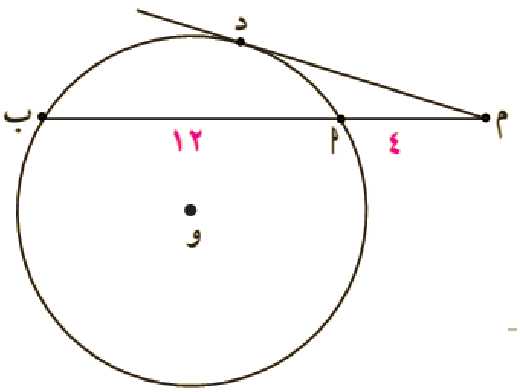
يساوي مربع طول القطعة المماسية .



(م د)^{٢} = م ب × م جـ

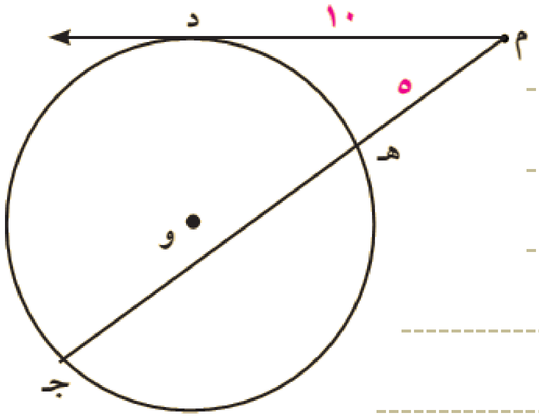
مثال(٥) : في الشكل المقابل ، أوجد طول القطعة المماسية $\overline{\text{م د}}$

علماً بأن : م ٲ = ٤ سم ، ٲ ب = ١٢ سم



تطبيق(٥) : في الشكل المقابل ، $\overline{\text{م د}}$ قطعة مماسية حيث م د = ١٠ سم ، م هـ = ٥ سم

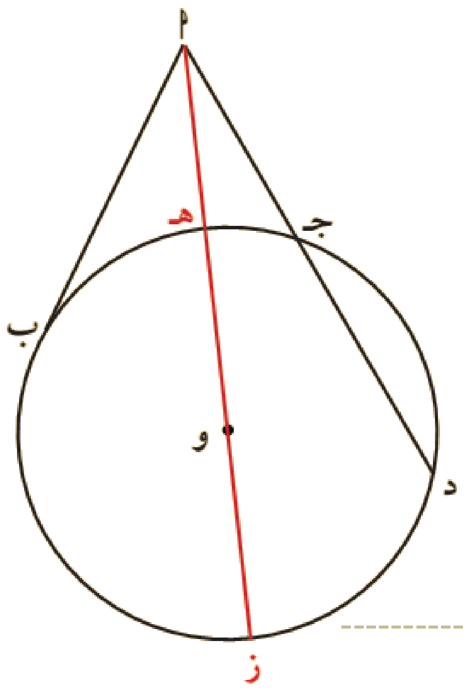
أوجد طول $\overline{\text{هـ جـ}}$.



مثال(٦) : في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مماس للدائرة

أ جـ = ١٠ ، أ هـ = ٨ ، هـ ل = ١٢

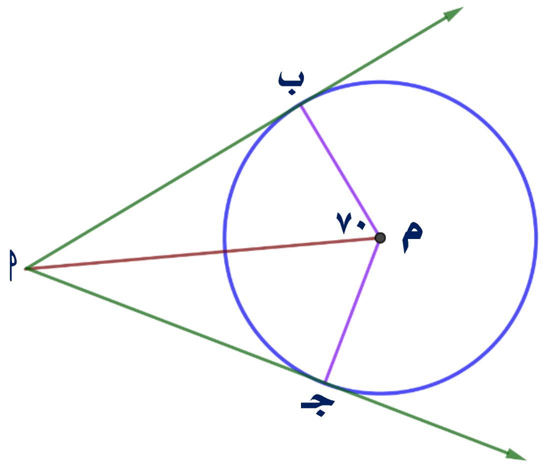
أوجد : جـ د ، أ ب .



أسئلة الامتحانات السابقة (هندسة الدائرة)

امتحان ٢٠١٦/٢٠١٧ (الدور الثاني)

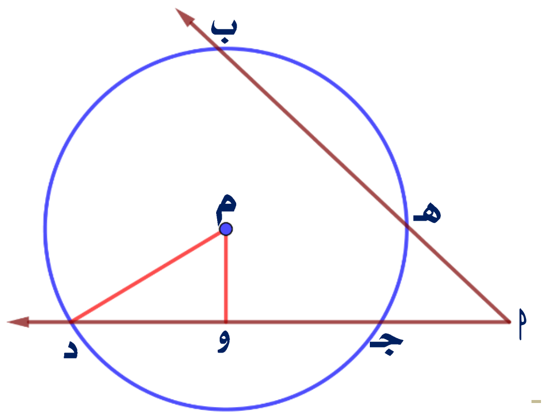
س١) في الشكل المقابل دائرة مركزها م ، أ نقطة خارج الدائرة حيث $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ مماسان للدائرة



عند ب ، جـ على الترتيب ، ق(ب $\hat{\text{م}}$ أ) = ٧٠° فأوجد :

١) ق(م $\hat{\text{جـ}}$ أ)   (٢) ق(جـ $\hat{\text{أ}}$ ب)

س٢) في الشكل المقابل دائرة مركزها م ، أ هـ = ٧سم ، أ جـ = ٥ سم ، م و = ٦ سم ،جـ د = ١٦ سم



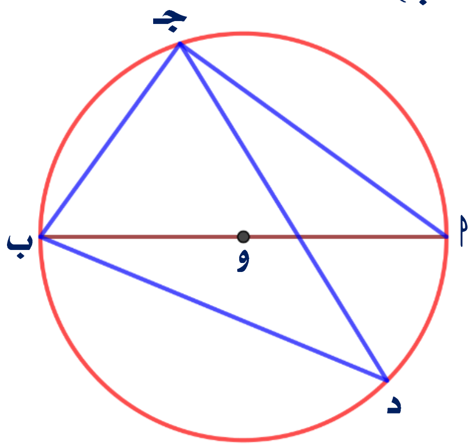
م و ⊥ جـ د أوجد : (١) طول $\overline{\text{هـ ب}}$ (٢) طول $\overline{\text{م د}}$

امتحان ٢٠١٦/٢٠١٧ (الفترة الثانية)

س٣) في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، إذا كان ق(جـ بَ أ) = ٥٠

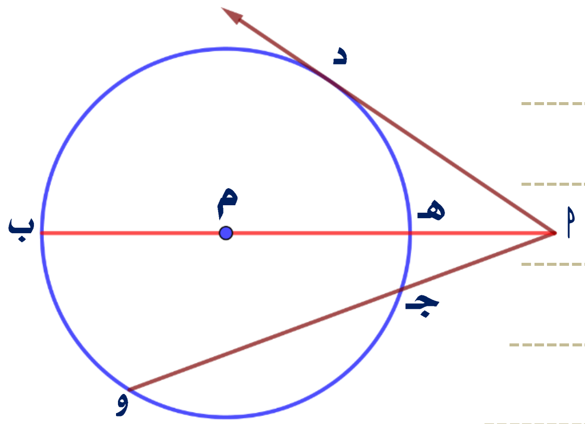
أوجد كلاً مما يلي مع ذكر السبب :

(١) ق (أ جـَ ب) (٢) ق(جـ أَ ب) (٣) ق(جـ دَ ب)



س٤) : في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{\text{أ د}}$ مماس للدائرة أ جـ = ٣سم ، أ هـ = ٢سم ، جـ و = ٩سم

أوجد : أ د ، هـ م.

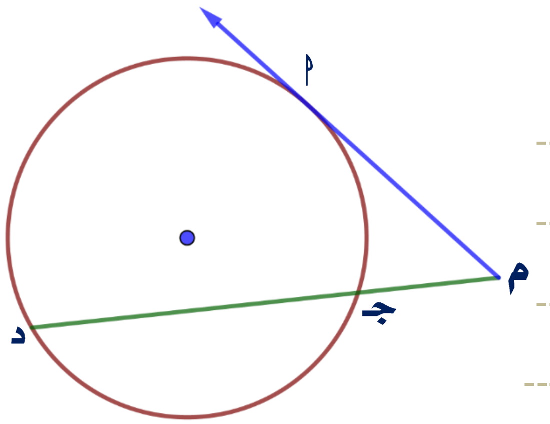


محمد جبر الخوالدة
M.J.K

امتحان ٢٠١٥/٢٠١٦ (الفترة الرابعة)

س١) في الشكل المقابل : $\overleftrightarrow{م ٲ}$ مماس للدائرة عند ٲ. ٲم = ٦سم ، م جـ = ٣سم

أوجد : جـ د.

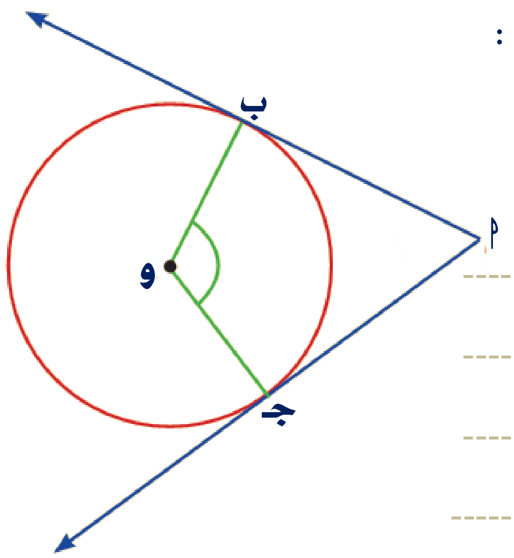


س٢) : في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overleftrightarrow{ٲ ب}$ ، $\overleftrightarrow{ٲ جـ}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ

ٲ ب =٤سم ، وب =٣سم ، ق(ب ٲ جـ) = ٧٤° أوجد :

(١) ق (ٲ ب̂ و) (٢) ق(ب و̂ جـ)

(٣) محيط الشكل الرباعي ٲب و جـ .

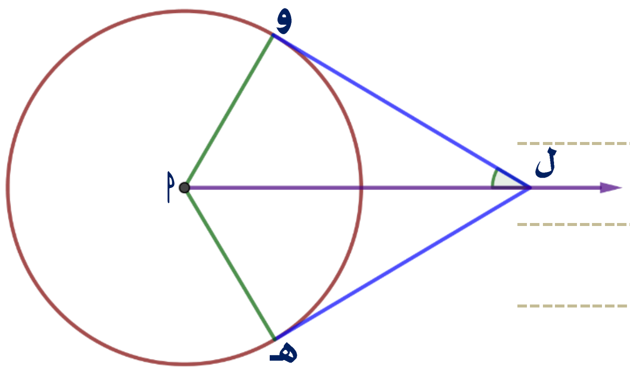


M.J.K

امتحان ٢٠١٤/٢٠١٥ (الفترة الرابعة)

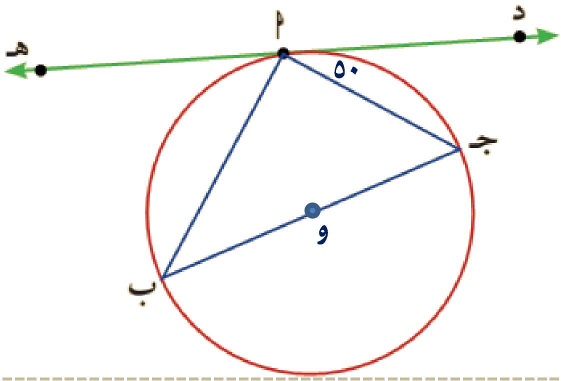
س١) : في الشكل المقابل : دائرة مركزها ٢ ، إذا كانت ل و ، ل هـ تمسان الدائرة

أوجد ق(٢ هـ ل) ، ق(ل٢ و)



س٢) : في الشكل المقابل : دائرة مركزها و ، إذا كان د هـ مماساً للدائرة عند ٢ ، ق(د ٢ جـ) =٥٠°

أوجد قياسات زوايا المثلث ٢ ب جـ

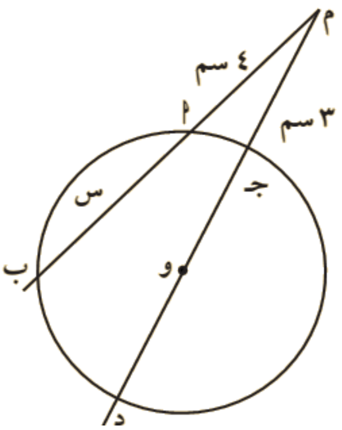


محمد جبر الخوالده M.J.K

امتحان ٢٠١٣/٢٠١٤ (الفترة الرابعة)

س١) : في الشكل المقابل ، دائرة مركزها و . طول نصف قطرها يساوي ٤ سم

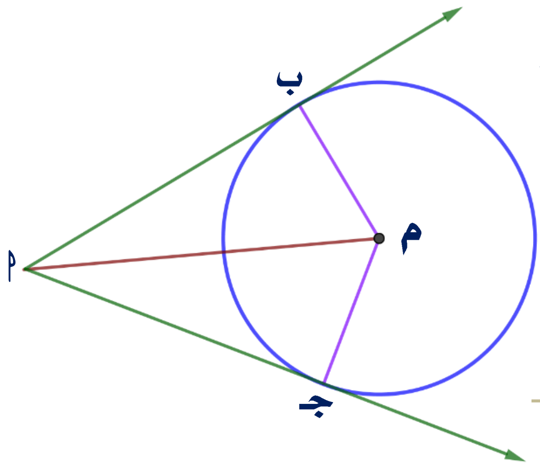
أوجد قيمة س .



س٢) في الشكل المقابل دائرة مركزها م ، طول نصف قطرها ٣سم ، أ نقطة خارج الدائرة حيث :

$\overleftarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ مماسان للدائرة عند ب ، جـ على الترتيب ، ق(ب م̂ جـ) = ١٢٠° فأوجد :

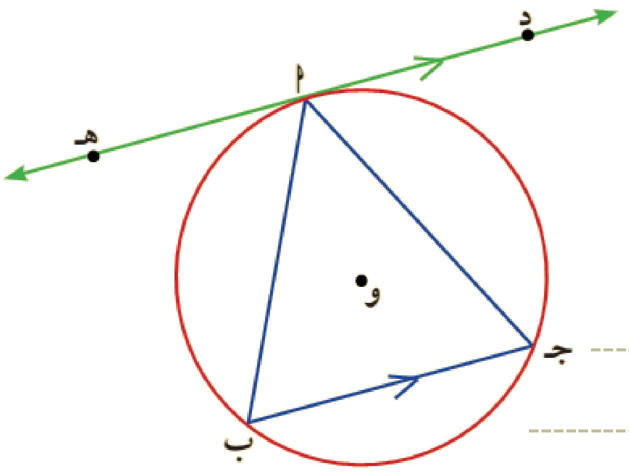
(١) ق(أ ب̂ م)   (٢) ق(جـ أ̂ ب)   (٣) طول $\overline{\text{أم}}$.



امتحان ٢٠١٢/٢٠١٣ (الفترة الرابعة)

س١): في الشكل المقابل دائرة مركزها و ، $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$ مماس للدائرة عند النقطة أ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ وتر في الدائرة موازٍ للمماس $\overleftrightarrow{\text{د هـ}}$

أثبت أن المثلث أ ب جـ متطابق الضلعين .



س٢) : في الشكل المقابل : أوجد قيمة س