دولة الكويت

وزارة التربية

الإدارة العامة لمنطقة الفروانية

قسم الرياضيات

دفتر متابعة الطالب

للصف الحادي عشر علمي

الفصل الدراسي الأول

٢٠١٨-٢٠١٩

أسم الطالب:

الصـــــف:

الجزء الأول

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		ع11 /

الموضوع	(1-1) الجذور والتعبيرات الجذرية

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.
  أي أن إذا كان $A^2 = x$ فإن $A = \pm\sqrt{x}\ ,\ x > 0$
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي حقيقي واحد.

ملخص عدد الجذور الحقيقية لعدد حقيقي

العدد الحقيقي	عدد الجذور التربيعية	عدد الجذور الحقيقية التكعيبية
موجب	2	1
صفر	1	1
سالب	0	1

$$(\sqrt[3]{x})^3 = \sqrt[3]{x^3} = x, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

باستخدام قوانين الجذور أوجد إن أمكن:

$\sqrt{400}$	$\sqrt{0.0064}$	$\sqrt{\frac{2}{50}}$	$\sqrt{\frac{-16}{49}}$

باستخدام قوانين الجذور أوجد:

$\sqrt[3]{1000}$	$\sqrt[3]{0.125}$	$\sqrt[3]{216 \times 343}$	$\sqrt[3]{-\frac{375}{24}}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(1-1) تبسيط الجذور

حتى يكون التعبير الجذري في أبسط صورة يجب مراعاة ما يلي:

- ألا يكون للمجذور عوامل مرفوعة لقوة أكبر من أو تساوي دليل الجذر.
  فمثلًا $\sqrt{8a^6b^7}$ «ليس في أبسط صورة».
- ألا يكون المقام جذرًا. مثل: $\frac{5}{\sqrt{2}}$ «ليس في أبسط صورة».
- ألا يكون المجذور كسرًا. مثل: $\sqrt{\frac{4}{7}}$ «ليس في أبسط صورة ».
- أن يكون دليل الجذر أصغر عدد صحيح موجب ممكن.
  مثل: $\sqrt[10]{32}$ «ليس في أبسط صورة».

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية مستخدمًا قوانين الجذور:

$\sqrt{16x^2}$

$\sqrt{4x^6}$

$\sqrt{9x^2y^4}$

$\sqrt{x^8y^6}$

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية مستخدمًا قوانين الجذور:

$\sqrt[3]{-125y^6}$	$\sqrt[3]{-27x^6+3x^2}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		11ع /

الموضوع	(1-1) جمع وطرح التعبيرات الجذرية

$5\sqrt{3}$ و $2\sqrt{3}$ تعبيران جذريان متشابهان

$\sqrt{3}$ و $3\sqrt{5}$ هما تعبيران جذريان غير متشابهين

أوجد الناتج في أبسط صورة:

$2\sqrt{75} - \sqrt{48}$

$3\sqrt{32} - \sqrt{98}$

$\sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{27}$

$\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{72}$

أوجد الناتج في أبسط صورة:

$4\sqrt[3]{8}+2\sqrt[3]{128}$

$2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{375}$

$\sqrt[3]{320}+\sqrt[3]{40}-\sqrt[3]{135}$

$\sqrt[3]{128}+\sqrt[3]{54}-2\sqrt[3]{250}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	ضـــرب وقســمة التعبيـــرات الجــذرية

ضرب وقسمة الجذور التربيعية والجذور التكعيبية

الجذور التربيعية	الجذور التكعيبية
$\forall x, y \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$	$\forall x, y \in \mathbb{R}$
$\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert = x$	$\sqrt[3]{x^3} = x$
$(\sqrt{x})^2 = x$	$(\sqrt[3]{x})^3 = x$
$\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$	$\sqrt[3]{x \cdot y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$
$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}, y \neq 0$	$\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}}, y \neq 0$

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

$3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$, $x \geq 0$

$\sqrt{50x^4}$

$\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$, $x > 0$

$4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

بسّط كلًّا من التعبيرات الجذرية التالية:

$\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3}$

$\sqrt[3]{18x^3}$

$\sqrt[3]{49x^2} \times \sqrt[3]{56xy^3}$

$\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}$, $x \neq 0$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		11ع /

الموضوع	(1-1) تبسيط كسر مقامه يتضمن جذرا

يمكن إعادة كتابة كسر يحتوي مقامه على جذور تربيعية أو جذور تكعيبية على شكل كسر مقامه عدد نسبي وذلك بضرب بسط الكسر ومقامه في مرافق المقام.

حاول أن تحل

● أوجد ناتج كل من التعبيرات التالية في أبسط صورة:

a $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

b $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

c $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$

$\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

اكتب كلًّا مما يلي بحيث يكون المقام عددًا نسبيًّا:

$\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x}$, $x>1$, $x\in\mathbb{Q}$

$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$, $x\in\mathbb{Z}^+$, $x\neq 1$

كراسة التمارين صـ 10 رقم7

(7) أوجد قيمة التعبير: $x^2 - 6$، إذا كان $x = \frac{4}{\sqrt{5} - 1}$

كراسة التمارين صـ 10 رقم8

(8) أوجد قيمة التعبير: $x^2 - x + 1$، إذا كان $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(1-2)الأسس النسبية

حاول أن تحل

● بسّط كل عدد من الأعداد التالية مستخدمًا الصورة الجذرية:

a $64^{\frac{1}{3}}$ b $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$ c $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$

حاول أن تحل

● a اكتب بالصورة الجذرية كلًّا من: ● $y^{\frac{3}{8}}$, $\forall\, y \geq 0$ ● $x^{0.4}$

b اكتب بالصورة الأسية كلًّا من: ● $(\sqrt{y})^3$, $\forall\, y \geq 0$ ● $\sqrt[3]{x^2}$

حاول أن تحل

● بسّط كلًّا من الأعداد التالية مستخدمًا قوانين الأسس:

a $\sqrt[5]{9} \times \sqrt[5]{27}$

b $\dfrac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}}$

c $\sqrt{\sqrt[3]{729}}$

d $(\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{y^3})^{-12}, \; x, y \in \mathbb{Q}^+$

$\left(\dfrac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}}, \; x \geq 0, \; y > 0$

$(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}) \div x^{\frac{2}{3}}, \; x > 0$

بسّط كلًّا مما يلي (دون استخدام الآلة الحاسبة):

$\left[(\sqrt{x^3y^3})^{\frac{1}{3}}\right]^{-1} \quad x, y \in \mathbb{Q}^+$

(g) $\dfrac{x^{\frac{1}{2}} \cdot y^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{3}{4}} \cdot y^{-\frac{1}{2}}}, \; x > 0, y > 0$

(h) $\left((3^{\frac{3}{2}} x^{-\frac{1}{2}})^2\right)^{\frac{1}{3}}, \; x > 0$

(i) $\left(\dfrac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}, \; t > 0$

أوجد ناتج كلّ مما يلي في أبسط صورة:

$$\frac{(32)^{\frac{1}{2}} \times (16)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{64}}$$

$$\frac{\sqrt[3]{8^2} \times \sqrt[4]{32}}{8\sqrt[8]{4}}$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(1-3)حـــــــل المعـــــــادلات الجـــــــذرية

تعلم

لحل معادلة جذرية اتبع الخطوات التالية:

الخطوة الأولى: أفصل الجذر إلى أحد طرفي المعادلة.

الخطوة الثانية: حدد شرط الحل

- إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا فإن قيمة ما تحت الجذر أكبر من أو يساوي الصفر وكلًا من طرفي المعادلة أكبر من أو يساوي الصفر أيضًا.
- إذا كان دليل الجذر عددًا فرديًا فإن قيمة ما تحت الجذر ينتمي إلى $\mathbb{R}$.

الخطوة الثالثة: ارفع طرفي المعادلة إلى أس مناسب يحذف الجذر.

الخطوة الرابعة: تأكد من أن الحل يحقق الشرط.

حاول أن تحل

● أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a) $\sqrt{5x+4}-7=0$

كراسة التمارين صـ 15 رقم1(a)

$3\sqrt{x} + 3 = 15$

b $\sqrt{x-2} + 9 = 0$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		11ع /
الموضوع	(1-3) ت / حـــــل المعـــــادلات الجـــــذرية		

حاول أن تحل

أوجد مجموعة الحل: $\sqrt{5x-1}+3=x$

$\sqrt{-3x-5}=x+3$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		11ع /
الموضوع	(1-3) ت / حـــــل المعـــــادلات الجـــــذرية		

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x - 16} = 0$

حاول أن تحل

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة:

$\sqrt{5x} - \sqrt{2x + 9} = 0$

كراسة التمارين صـ 15 رقم3(c)

$$\sqrt{-3x-5} = x+3$$

كراسة التمارين صـ 15 رقم3(d)

$$(x+3)^{\frac{1}{2}} - 1 = x$$

$$\sqrt{x}+\sqrt{2x-4}=0$$

$$\sqrt{x-7}+\sqrt{3x-21}=0$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(1-3) ت / حـــــل المعـــــادلات الجـــــذرية

إذا كان m عددًا زوجيًّا فإن : $(x^{\frac{m}{n}})^{\frac{n}{m}} = |x|$

إذا كان m عددًا فرديًّا فإن : $(x^{\frac{m}{n}})^{\frac{n}{m}} = x$

ملاحظة: مقام الأس النسبي هو دليل الجذر.

حاول ان تحل

أوجد مجموعة الحل:

a $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$

b $(1-x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /
الموضوع	(1-3) حـــــل المعـــــادلات الأســـــية		

ليكن a عدد حقيقي حيث $a \notin \{-1, 0, 1\}$

m، n عددان صحيحان

إذا كان $a^m = a^n$، فإن $m = n$

حاول ان تحل

● حل كلًّا من المعادلات التالية:

a $3^x = 243$ b $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$ c $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{81}{16}$

حاول أن تحل

● حل كل معادلة من المعادلات التالية:

a $5^{x^2-4}=1$ b $3^{x^2+5x}=\frac{1}{81}$ c $2^{x^2-4}=32$

كراسة التمارين صـ 16 رقم 7 (g)

حل كلًّا من المعادلات الأسية التالية:

$5^x=125\sqrt{5}$

كراسة التمارين صـ 16 رقم 7 (j)

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^{x}$$

كراسة التمارين صـ 16 رقم 7 (i)

$$(3^x - 27)(2^x - 1) = 0$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(2-1) مجـــــــال الـــــدالة

تساعدنا القواعد التالية على تحديد مجال الدالة:

- مجال الدالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
- مجال الدالة الحدودية النسبية هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ عدا مجموعة أصفار المقام.
- مجال الدالة $f(x)=|x|$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.
- مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد زوجي هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $g(x)\geq 0$.
- مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد فردي هو مجال الدالة g.
- مجال الدالة $f(x)=g(x)\pm h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h.

  أي أن مجال f = مجال g ∩ مجال h.
- مجال الدالة $f(x)=g(x).h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h.

  أي أن مجال f = مجال g ∩ مجال h.
- مجال الدالة $f(x)=\frac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين g, h عدا أصفار المقام $(h(x)\neq 0)$.

  أي أن مجال f = (مجال g ∩ مجال h)/مجموعة أصفار المقام.

حاول ان تحل

- أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$$f_2(x)=x^3-4x^2-4+\sqrt{x-9}$$

$$g(x) = (2x^2 + x)\sqrt{8 - 2x}$$

$$f_1(x) = \frac{2x + 5}{x - 4}$$

$$h(x) = \frac{\sqrt[3]{1 + x}}{x^2 - 1}$$

$$f_4(x)=\sqrt[3]{\frac{x^2-5x}{x}}$$

$$f_3(x)=\frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$$

$$u(x)=\frac{4}{\sqrt{-x}}$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(2-2) الدوال التربيعية

حاول ان تحل

● حدّد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية.

a $f(x) = 2x(x-3)$

b $f(x) = (x-2)(2x+1)$

c $f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$

d $f(x) = 3(x^2 - 4x) - 3x^2 + 4$

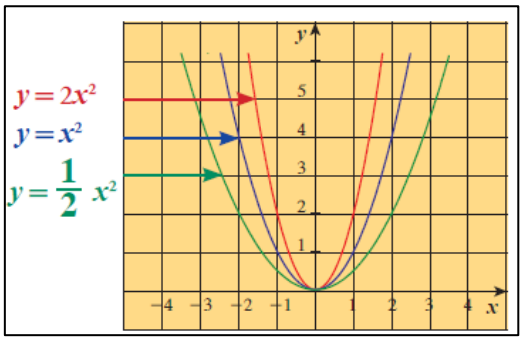
اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(2-3) الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

ملاحظة: معادلة الدالة التي تمثل قطعًا مكافئًا رأسه $(0, 0)$ هي: $y = ax^2$

لإيجاد قيمة a، استخدم إحداثيات نقطة على المنحنى غير نقطة الرأس.

معادلة محور تماثل هذا القطع المكافئ هي $x = 0$



كل القطوع المكافئة لها الشكل العام نفسه

ويتغير اتساع **القطع المكافئ** تبعًا لتغير معامل حد الدرجة الثانية.

حاول ان تحل

● كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل.

اكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ واذكر ما إذا كان بيانه مفتوحًا إلى أعلى أم إلى أسفل.

a $E(4, 2)$

---

b $D(1, -5)$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(2-3) ت / الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

المعادلة في الصورة: $y = a(x-h)^2 + k,\ a \neq 0\ ,h\ ,k \in \mathbb{R}$

تسمى **معادلة القطع المكافئ بدلالة إحداثيات رأسه (h, k)** وهي عبارة عن إزاحة لبيان منحنى الدالة: $y = ax^2$

بعض خواص القطوع المكافئة

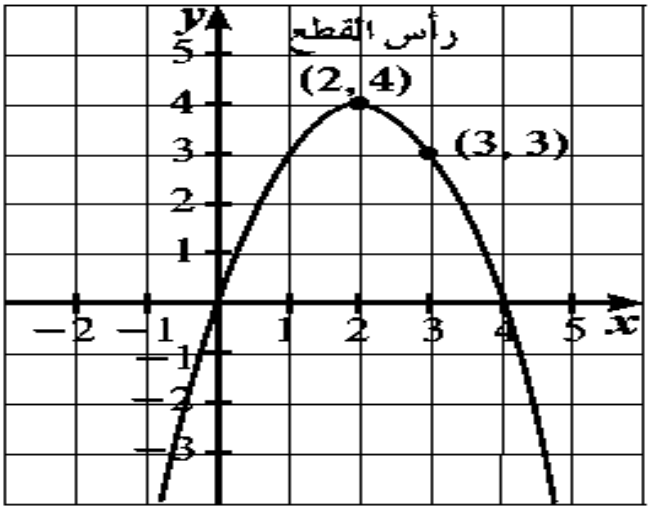
المعادلة على الصورة: $y = a(x-h)^2 + k$، هي دالة مكتوبة بدلالة إحداثيات الرأس، وهذه المعادلة تمدك بالمعلومات التالية:

- رأس المنحنى هو النقطة (h, k)، ومحور التماثل هو الخط: $x = h$
- تكون فتحة القطع المكافئ إلى الأعلى عندما تكون a موجبة، وتكون فتحة القطع المكافئ إلى الأسفل عندما تكون a سالبة.
- إذا كان $|a| < 1$، فإن الرسم سوف يكون أوسع من رسم الدالة: $y = x^2$
- إذا كان $|a| > 1$، فإن الرسم سوف يكون أضيق من رسم الدالة: $y = x^2$

اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $V(3, 4)$ ويمر بالنقطة $P(5, -4)$

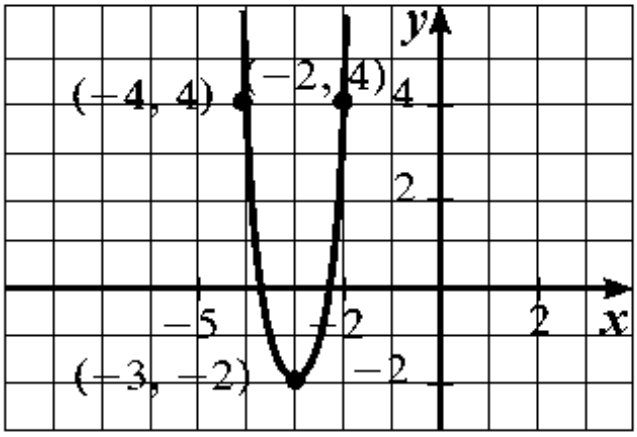
حاول أن تحل

أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل.



كراسة التمارين صـ 24 رقم 1

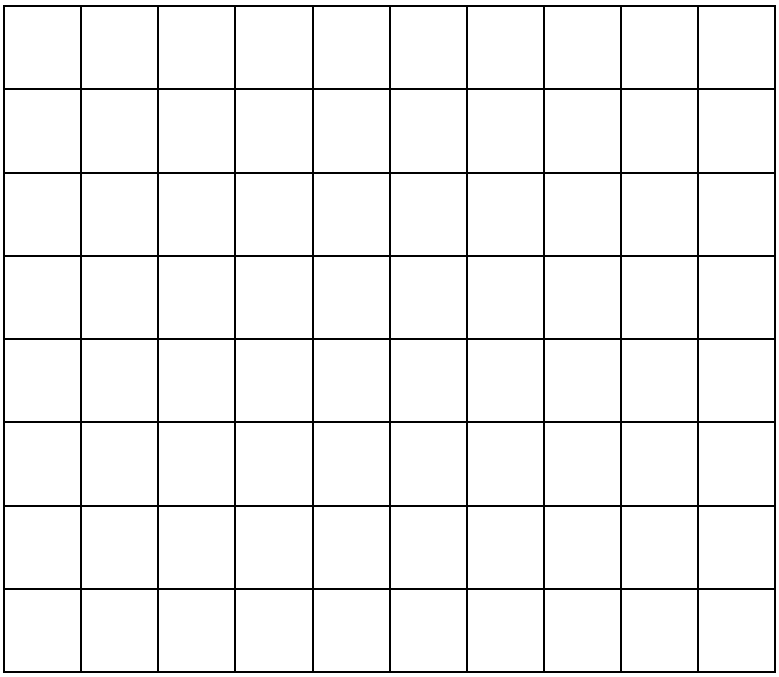
اكتب معادلة قطع مكافئ بدلالة إحداثيات رأسه.



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

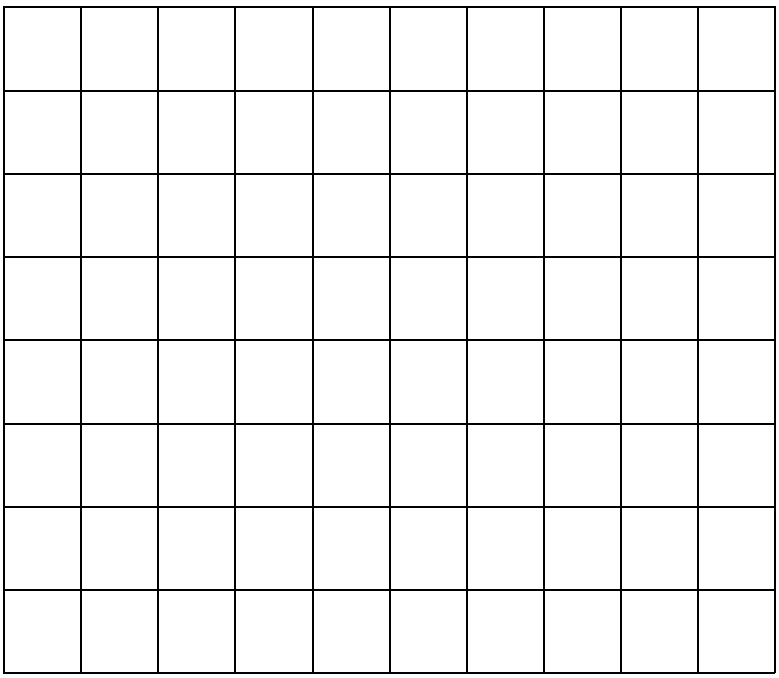
الموضوع	(2-3) ت / الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

ارسم منحنى الدالة: $y = 2(x+1)^2 - 2$ مستخدمًا خواص القطوع المكافئة.



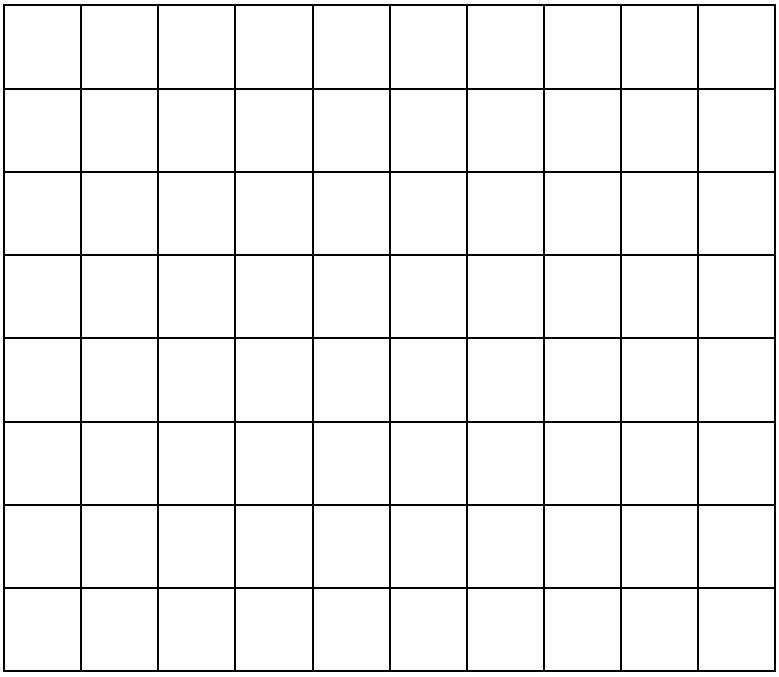
حاول ان تحل

● ارسم منحنى الدالة: $y = (x+3)^2 + 1$.



حاول ان تحل

● ارسم منحنى الدالة: $y = -2(x-3)^2 - 1$



اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(2-5) المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

إذا كانت النقطة (a, b) تنتمي إلى بيان دالة فإن النقطة (b, a) تنتمي إلى بيان معكوس هذه الدالة. ولكي ترسم معكوس الدالة بيانيًا اعكس الترتيب لكل زوج مرتب ينتمي لبيان الدالة.

معكوس الدالة الخطية هو دالة خطية أيضًا.

ارسم بيان الدالة $y = \frac{x-4}{2}$ ومعكوسها ثم اكتب معادلة المعكوس.

X			
Y			

حاول ان تحل

● ارسم الدالة $y = -3x + 5$ ومعكوسها، ثم اكتب معادلة المعكوس.

X			
Y			

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		١١ع /

الموضوع: (2-5) ت/ المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

حاول ان تحل

أوجد معكوس الدالة:

a $y=\frac{2x-1}{3}$

b $y=2(x+1)-3$

حاول ان تحل

أوجد معكوس الدالة: $f(x)=(x+3)^2-4$. ناقش الحلول.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(2-5) دوال الجـــــذر التربيعـــــــي

المعادلة $y = \sqrt{x}$ دالة جذر تربيعي.

التمثيل البياني لدالة الجذر التربيعي $y = \sqrt{x - h} + k$

ينتج من إزاحة لبيان دالة المرجع $y = \sqrt{x}$ كالتالي:

- عندما تكون h, k موجبتين فإن الإزاحة تكون بعدد h من الوحدات يمينًا وعدد k من الوحدات إلى الأعلى.
- وعندما تكون h سالبة يزاح البيان إلى اليسار.
- وعندما تكون k سالبة يزاح البيان إلى الأسفل.

ارسم الدالة: $y = \sqrt{x - 4} - 2$ ، وعيّن المجال والمدى للدالة.

حاول ان تحل

a ارسم بيانيًا: $y = \sqrt{x-2} + 1$

عيّن المجال والمدى للدالة.

b إذا تم إزاحة بيان الدالة: $y = \sqrt{x}$، 5 وحدات يمينًا 2 وحدة إلى الأسفل.

اكتب معادلة الدالة الناتجة عن الإزاحة.

ارسم كل دالة جذر تربيعي. ثم اذكر المجال والمدى.

$$y = -\sqrt{x+3} - 2$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١ م		11ع /

الموضوع	(2-6) حـــــــل المتباينـــــــــات

حاول ان تحل

● أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 + 4x + 3 \leq 0$.

حاول ان تحل

● أوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة: $-2x^2 + 5x - 3 > 0$.

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		11ع /

الموضوع	(2-6) ت / حـــــل المتباينـــــات

أوجد مجال كل دالة مما يلي:

a $f(x)=\sqrt{x^2-4}$

b $g(x)=\sqrt{-x^2+4x-3}$

● $h(x)=\sqrt{x^2-x}$

$$q(x)=\sqrt{9-x^2}$$

اليوم	التاريخ	الحصة	الصف
.....	/ / ٢٠١م		11ع /

الموضوع	(2-6) ت / حـــــــل المتباينـــــــــات

حاول ان تحل

● أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

حاول ان تحل

● أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$.

حاول ان تحل

● أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$.

تمرّنْ
1–1

الجذور والتعبيرات الجذرية
Roots and Radical Expressions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$ (a) (b)

السبب :

$$\sqrt[3]{(-4x^3)^3} + 4x = -4x + 4x = 0$$

(2) $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ (a) (b)

السبب :

$$\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} = 4 \in \mathbb{Z}$$

(3) $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$ (a) (b)

السبب :

$$(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = \left((3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})\right)^{27}$$
$$= (9-4\times 2)^{27} = (9-8)^{27} = 1$$

(4) $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$ (a) (b)

السبب :

$$\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = 2.702 \neq \sqrt[3]{5}$$

(5) $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2, \forall m \in \mathbb{R}$ (a) (b)

السبب :

$$|m| \times \sqrt{x^2} = |m| \times |x| = m^2$$

في التمارين (12–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216}$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ (c) $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

السبب : حسب التعريف

(7) لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلًّا من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

السبب:

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{2}$$

(8) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي:

(a) $2-\sqrt{3}$ (b) $2+\sqrt{3}$ (c) $3-\sqrt{2}$ (d) $3+\sqrt{2}$

السبب : باستخدام الآلة الحاسبة

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

$$\sqrt{7+4\sqrt{2}} = 3.732$$

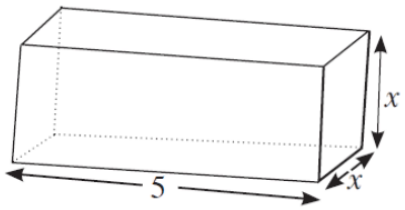
$$2-\sqrt{2} \approx 0.586 \qquad 2+\sqrt{3} = 3.732$$

$$3-\sqrt{3} = 1.586 \qquad 3+\sqrt{3} = 4.414$$

(10) إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x} \cdot |x|$ يساوي:

(a) -1 (b) $-x$ (c) 1 (d) x

(11) إذا كان حجم شبه المكعب المقابل يساوي $40\,\text{cm}^3$، فإن x تساوي:



(a) 2 cm (b) $2\sqrt{2}$ cm (c) $-2\sqrt{2}$ cm (d) 4 cm

$$V = 5\,x\,.\,x \quad , \; 40 = 5\,x^2 \implies x^2 = 40 \div 5 = 8 \implies x = 2\sqrt{2}\;cm$$

تمرّنْ
1–2

الأسس النسبية
Rational Exponents

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (1–5)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) $16^{-\frac{3}{4}} = 32^{-\frac{3}{5}}$

(a) (b)

السبب : استخدام الآلة حاسبة

$16^{-\frac{3}{4}} = \frac{1}{8}$, $32^{-\frac{3}{5}} = \frac{1}{8}$

(2) $x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{2}{3}}$

(a) (b)

السبب :

$$x^{\frac{1}{2}} \div x^{\frac{3}{4}} = x^{\frac{1}{2}-\frac{3}{4}} = x^{-\frac{1}{4}}$$

(3) $x^{-\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$

(a) (b)

السبب :

$$x^{-\frac{1}{2}} . x^{\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = x^{-\frac{1}{6}}$$

(4) $\sqrt[4]{\sqrt{x}} = x \ , \ x > 0$

(a) (b)

السبب :

$$\sqrt[4]{\sqrt{x}} = \sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{8}}$$

(5) $\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = 4$

(a) (b)

السبب : استخدام الآلة الحاسبة

$$\sqrt{32} \times \sqrt{16^{-1}} = \sqrt{32 \times 16^{-1}} = \sqrt{2}$$

في البنود (6–12)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) إذا كان $n > 0$ ، فإن التعبير الذي **لا يكافئ** $\sqrt[4]{4n^2}$ هو:

(a) $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ (b) $2n^{\frac{1}{2}}$ (c) $(2n)^{\frac{1}{2}}$ (d) $\sqrt{2n}$

السبب :

$$\sqrt[4]{4x^2} = \sqrt[4]{(2x)^2} = \sqrt{2x} = (2n)^{\frac{1}{2}}$$

(7) إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\dfrac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

(a) $14y$ (b) $\frac{1}{7}y$ (c) $2y$ (d) $\frac{8}{7}y$

السبب :

$$\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}} = \left(\frac{56 \times y^5}{7y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{8 \times y^5}{y^2}\right)^{\frac{1}{3}} = (8\,y^3)^{\frac{1}{3}} = (2^3\,y^3)^{\frac{1}{3}} = 2y$$

(8) $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$ $\quad : x \neq 0 \ , \ y \neq 0$

(a) $|x^{-1}|y^2$ (b) $|x|y^{-2}$ (c) xy^2 (d) $x^{-2}y^2$

السبب :

$$\left(\sqrt[4]{x^{-2}\,y^4}\right)^{-2} = \left((x^{-2}\,y^4)^{\frac{1}{4}}\right)^{-2} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}} = (x^{-2}\,y^4)^{-\frac{1}{2}}$$

(9) $\sqrt{\dfrac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

(a) $5^{-\frac{1}{2}}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $5^{\frac{1}{2}}$ (d) $5^{\frac{2}{3}}$

السبب :

$$\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} = \sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5 \times 5^2}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{\sqrt[3]{5^3}}} = \sqrt[3]{\frac{1}{5}}$$

(10) إذا كان $x + y = 2$, $x^2 - xy + y^2 = 4$ فإن $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$ يساوي:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) $\sqrt[3]{6}$ (d) 2

السبب :

$$\sqrt[6]{x^3 + x^3} = \sqrt[6]{(x+y)(x^2 - xy + y^2)} = \sqrt[6]{2 \times 4} = \sqrt[6]{8}$$
$$= \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

(11) في التعبير $P.V^{\frac{7}{5}}$ حيث P يمثل الضغط، V يمثل حجم عينة من غاز فإن قيمته عندما $P = \dfrac{32}{27}$, $V = \dfrac{243}{32}$ يساوي:

(a) $\frac{4}{81}$ (b) 4 (c) $\frac{81}{4}$ (d) $\frac{243}{4}$

السبب :

$$p\,.\,v^{\frac{7}{5}} = \frac{32}{27} \cdot \left(\frac{243}{32}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{2^5}{3^3} \cdot \left(\frac{3^5}{2^5}\right)^{\frac{7}{5}} = \frac{2^5}{3^3} \cdot \frac{3^7}{2^7} = \frac{3^4}{2^2} = \frac{81}{4}$$

(12) إن قيمة التعبير $x > 0$, $\dfrac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

(a) x (b) $\frac{1}{x}$ (c) 1 (d) $\sqrt{x}$

السبب :

$$\frac{\sqrt[3]{x^6} \,.\, \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \,.\, \sqrt[8]{x^2}} = \frac{x^{\frac{6}{3}} \,.\, x^{\frac{5}{4}}}{x^3 \,.\, x^{\frac{2}{8}}} = \quad x^{\frac{6}{3}+\frac{5}{4}-3-x^{\frac{2}{8}}} = x^0 = 1$$

تمرّنْ
1–3

حل المعادلات

Solving Equations

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلّل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$

(a) (b)

السبب بالتعويض عن $x = 3$ $\quad 7^{3-3} = 7^0 = 1$

(2) مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$

(a) (b)

السبب بالتعويض عن $x = 0$ $\quad \sqrt{0-1} \neq \sqrt{1-0}$

(3) إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$

(a) (b)

السبب : بتكعيب الطرفين

$$\sqrt[3]{9 + x^2} = 3$$
$$9 + x^2 = 27$$
$$x^2 = 27 - 9 = 18$$
$$x = \pm\sqrt{18} = \pm 3\sqrt{2}$$

(4) $x = -1$ حلًّا للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$

(a) (b)

بالتعويض عن $x = -1$ $\quad 2^{(-1)^2-4} = 2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{1}{32}$

(5) مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$

(a) (b)

$$25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$$
$$5^{2(|x|+\frac{1}{2})} = 5^{1-2x}$$
$$5^{(2|x|+1)} = 5^{1-2x}$$
$$2|x| + 1 = 1 - 2x$$
$$|x| = -x \implies x \in (-\infty, 0] \implies x = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$$

في التمارين (10–6)، ظلّل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة:

(6) مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

(a) $\{0\}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $\mathbb{R}^-$ (d) $\mathbb{R}$

السبب :

$$\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$$

$$\left((x^{20})^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$(x^{10})^{\frac{1}{5}} = x^2$$

$$x^2 = x^2 \qquad x \in \mathbb{R}$$

(7) مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,2,3\}$ (d) $\{2,3\}$

السبب :

بالتعويض عن

$\sqrt[3]{2-2} = \sqrt{2-2}$ $\quad x = 2$

$\sqrt[3]{1-2} \neq \sqrt{1-2}$ $\quad x = 1$

$\sqrt[3]{3-2} = \sqrt{3-2}$ $\quad x = 3$

(8) مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

(a) $\left\{-1, \frac{1}{2}\right\}$ (b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (c) $\left\{-1, \frac{-1}{2}\right\}$ (d) $\left\{1, \frac{1}{2}\right\}$

السبب :

بالتعويض عن

$\sqrt[3]{2(-1)^2+2} = \sqrt[3]{3-(-1)}$ $\quad x = -1$

$\sqrt[3]{2\left(\frac{1}{2}\right)^2+2} = \sqrt[3]{3-\left(\frac{1}{2}\right)}$ $\quad x = \frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{2\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-\left(-\frac{1}{2}\right)}$ $\quad x = -\frac{1}{2}$

$\sqrt[3]{2(1)^2+2} \neq \sqrt[3]{3-(1)}$ $\quad x = 1$

(9) مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1,0,1\}$ (b) $\{0,1\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

السبب :

بالتعويض عن

$(-1)^2 = |-1|$ $\quad x = -1$

$(0)^2 = |0|$ $\quad x = 0$

$(1)^2 = |1|$ $\quad x = 1$

(10) إذا كان $\left(\frac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) -4 (d) 4

السبب :

$$\left(\tfrac{1}{9}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow \left(\tfrac{1}{3^2}\right)^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3^{-2})^{x+1} = 3^{2-x} \Rightarrow (3)^{-2x-2} = 3^{2-x}$$

$$-2x-2 = 2-x \Rightarrow -2x+x = 2+2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = -4$$

تمرّنْ
2–1

مجال الدالة

Domain of the Function

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$

(a) ● (b)

السبب : $f(x) = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$

مجال دالة المطلق $\mathbb{R}$

(2) مجال الدالة $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3, \infty)$

(a) (b) ●

السبب : لأن الـ **3** وبالتالي لا يصح أن يحتوي المجال على العدد **3**

(3) مجال الدالة $f(x) = \sqrt{-x}$ هو $(-\infty, 0]$

(a) ● (b)

السبب : مجال الدالة f هو مجموعة قيم x الحقيقية والتي تجعل المجذور $(-x)$ عدداً موجباً

$-x \geq 0 \implies x \leq 0$ أي أن مجال الدالة $f = (-\infty, 0]$

(4) مجال الدالة $f(x) = \frac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$ هو $[-3, \infty)$

(a) (b) ●

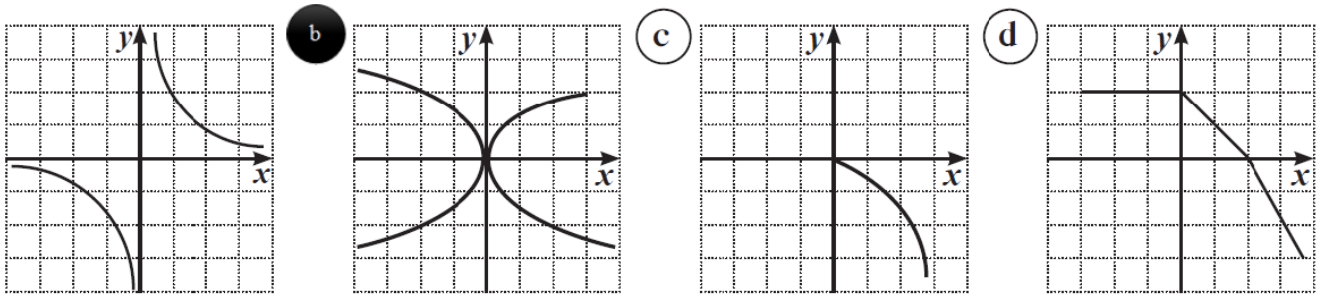
السبب : بفرض أن : $f(x) = n(x) = m(x)$ حيث $n(x) = |x|$, $m(x) = -2$

مجال الدالة $n = \mathbb{R}$ (دالة مطلق) ومجال $m = \mathbb{R}$ (دالة ثابتة)

في التمارين (11–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) أيًّا مما يلي لا يمثل بيان دالة:

a ● b c d



السبب : هذا البيان لا يمثل دالة

لان يمكن رسم على الأقل مستقيم رأسي واحد يقطع بيان هذا الدالة بأكثر من نقطة

(7) مجال الدالة $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}/\{1\}$ (c) $\mathbb{R}/\{-1,1\}$ (d) $\mathbb{R}/\{-1\}$

السبب :

مجال دالة البسط $=\mathbb{R}$ ، مجال دالة المقام $=\mathbb{R}$

أصفار المقام $x^2+2x+1=0 \Rightarrow (x+1)^2=0 \Rightarrow x=-1$

مجال دالة $f=\mathbb{R}-\{-1\}$

(8) مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{0\}$ (b) $[0,\infty)$ (c) $(-\infty,0)$ (d) $(0,\infty)$

السبب :

مجال دالة البسط $=\mathbb{R}$ (دالة مطلق) ، مجال دالة المقام $=\mathbb{R}$ (دالة حدودية)

أصفار المقام $x=0 \Rightarrow$

مجال دالة $f=\mathbb{R}-\{0\}$

(9) مجال الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو:

(a) $\mathbb{R}/\{1\}$ (b) $\mathbb{R}/\{0,1\}$ (c) $\mathbb{R}-\{0\}$ (d) $(0,\infty)/\{1\}$

السبب :

$f(x)=\frac{A(x)}{B(x)-C(x)}$ حيث $A(x)=x-1\ ,B(x)=x\ ,C(x)=\sqrt{x}$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ مجال الدالة $B=\mathbb{R}$ مجال الدالة $C=[0,\infty)$

أصفار المقام : بتربيع الطرفين $x-\sqrt{x}=0 \Rightarrow x=\sqrt{x}$

$x^2=x \Rightarrow x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0\ x=1$

مجال دالة $f=(0,\infty)-\{1\}=\mathbb{R}\cup\mathbb{R}\cup[0,\infty)-\{0,1\}$

(10) مجال الدالة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

(a) $(0,\infty)$ (b) $[1,\infty)$ (c) $(-1,\infty)$ (d) $[-1,\infty)/\{0\}$

السبب : $f(x)=\frac{A(x)}{B(x)-C(x)}$ حيث $A(x)=x\ ,B(x)=\sqrt{x+1}\ ,C(x)=-1$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ مجال الدالة $B=[-1,\infty)$ مجال الدالة $C=\mathbb{R}$

أصفار المقام : بتربيع الطرفين $\sqrt{x+1}-1=0 \Rightarrow \sqrt{x+1}=1$

$x+1=1 \Rightarrow x=0$

مجال دالة $f=[-1,\infty)-\{0\}=\mathbb{R}\cup\mathbb{R}\cup[-1,\infty)-\{0\}$

(11) لتكن $g(x)=x^2 , g:[-2,2]\to\mathbb{R}$ ، $f(x)=x\sqrt{x}$. فإن مجال الدالة $f\circ g$ هو:

(a) $[-2,2]$

(b) $[0,2]$

(c) $(0,2)$

(d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

السبب :

$f(x)= A(x).B(x)$ حيث $B(x)=\sqrt{x}$ ، $A(x)=x$

مجال الدالة $A=\mathbb{R}$ ، مجال الدالة $B=[0,\infty)$

مجال دالة $f=[0,\infty)$

مجال دالة $f.g=[0,2]=[0,\infty)\cup[-2,2]$

تمرّنْ
2–2

الدوال التربيعية ونمذجتها

Quadratic Functions and their Modelling

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) الدالة $f(x) = kx^2 + x - 3 \ , \ k \in \mathbb{Z}$ يمكن أن تكون دالة خطية.

(a) (b)

السبب :

لأنه عندما تكون **K =0** تكون الدالة **f** دالة خطية

(2) الدالة $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ هي دالة خطية.

(a) (b)

السبب :

$$\frac{|x|}{x} = \begin{cases} \frac{x}{x} & : x > 0 \\ \frac{-x}{x} & : x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 1 & : x > 0 \\ -1 & : x < 0 \end{cases}$$

فأن جميع النقاط ليست على خط مستقيم واحد .

(3) النقطة $A(1, 6)$ تنتمي إلى منحنى الدالة: $f(x) = (3x)(2x) + 6$

(a) (b)

السبب :

$$f(x) = 6x^2 + 6 \quad , \ f(1) = 6(1)^2 + 6 = 12 \ , 12 \neq 6$$

النقطة (1,6) لاتنتمي للدالة f

(4) الدالة $y = x(1 - x) - (1 - x^2)$ هي دالة خطية.

(a) (b)

السبب :

$$y = x\,(1 - x) - \ (1 - x^2) = x - \ x^2 - 1 + x^2 = x - 1$$

الدالة خطية من الدرجة الأولي

(5) الدالة $f(x) = \pi^2 - x$ هي دالة تربيعية.

(a) (b)

السبب :

الدالة f هي دالة خطية (من الدرجة الأولي) لأن (π^2) لا تمثل متغيراً

في التمارين (10–6)، ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي 3− فيما يلي هي:

(a) $y=(3x+1)(-x-3)$ (b) $y=x^2-3x+3$

(c) $f(x)=(x-3)(x-3)$ (d) $y=-3x^2+3x+9$

السبب :

$$y=(3x+1)(-x-3)=-3x^2-9x-3=-3x^2-10x-3$$

(7) أي دالة مما يلي **ليست** دالة تربيعية:

(a) $y=(x-1)(x-2)$ (b) $y=x^2+2x-3$

(c) $y=3x-x^2$ (d) $y=-x^2+x(x-3)$

السبب :

$$y=(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$$

$$y=-x^2+x(x-3)=-x^2-x^2-3x=-3x$$

(8) أي نقطة مما يلي تنتمي إلى منحنى دالة $f(x)=3x^2-5x+1$ ؟

(a) $(3,12)$ (b) $(-1,-1)$ (c) $(2,3)$ (d) $(-2,22)$

$$(3,12) \quad f(3)=3(3)^2-5(3)+1=13\neq 12$$

$$(-1,-1) \quad f(-1)=3(-1)^2-5(-1)+1=9\neq -1$$

$$(2,3) \quad f(2)=3(2)^2-5(2)+1=3=3$$

$$(-2,22) \quad f(-2)=3(-2)^2-5(-2)+1=23\neq 22$$

(9) تكون الدالة $f(x)=(a^2-4)x^2-(a-2)x+5$ دالة تربيعية لكل a تنتمي إلى:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}-\{-2,2\}$ (c) $\mathbb{R}-\{2\}$ (d) $\mathbb{R}-\{-2\}$

$$f(x)=(a^2-4)x^2-(a-2)x+5$$

$$(a^2-4)=0 \Rightarrow (x-2)(x+2)=0 \Rightarrow x=2\ ,\ x=-2$$

تمرَّنْ
2–3

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

Quadratic Functions and Parabolas

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ.

(a) (b●)

السبب :

$$y = 2x^2 - 2(3-x)^2 = 2x^2 - 2(9 - 6x + x^2) = 2x^2 - 18 + 12x - 2x^2$$
$$= -18 + 12x$$

هذا المعادلة تمثل دالة خطية و لا تمثل معادلة قطع مكافئ

(2) القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى.

(a) (b●)

السبب :

$a = -\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3} < 0$ فتحة القطع إلى أسفل

(3) المعادلة $y = 2(x-1)^2 + 2$ يكون بيانها أكثر اتساعًا من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

(a) (b●)

السبب :

كلما قل معامل حد الدرجة الثانية كلما زاد اتساع القطع المكافئ

(4) توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى.

(a●) (b)

السبب :

$a = -1$, $-1 < 0$

فتحة القطع إلي أسفل ، وبالتالي يكون عند رأس القطع المكافئ قيمة عظمي للدالة

(5) منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2, 3)$

(a) (b)

نقوم بالتعويض عن $x = 2$ في المعادلة $y = (-x+2)^2 + 3$

$$y = (-2+2)^2 + 3 = 3$$

النقطة **(2,3)** تقع على القطع

في التمارين (11–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) الدالة $y = a(3-x)^2 - 2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

(a) $|a| = 2$ (b) $|a| > 2$ (c) $a < 2$ (d) $|a| < 2$

السبب : إذا كان معامل حد الدرجة الثانية مثلاً هو **2-** أو **2** فإن اتساع بيان الدالة هو نفسه ولكن الإشارة تدل على إتجاه فتحة المنحني إلى أعلي أو إلى أسفل وبالتالي فإن الدالة التي يكون رسمها **$|a| < 2$**

(7) معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يسارًا و4 وحدات لأعلى هي:

(a) $y = (2x+2)^2 + 4$ (b) $y = 2(x-2)^2 + 4$

(c) $y = 2(x+2)^2 + 4$ (d) $y = 2(x+2)^2 - 4$

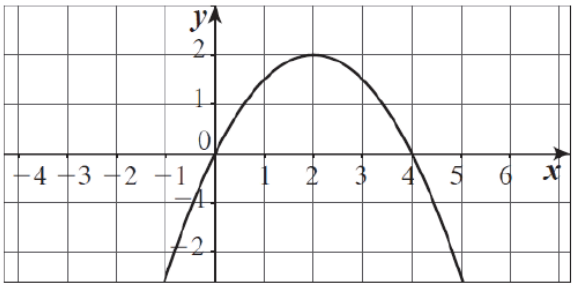
السبب :

عند إزاحة القطع المكافئ الذي معادلة $y = 2x^2$

$y = 2(x+2)^2 + 4$

أزاحة منحني الدالة وحدتين يسار و أربعة وحدات يمين

(8) الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



(a) $y = (x-2)^2 + 2$ (b) $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

(c) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$ (d) $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

السبب :

لأن رأس المنحني هو النقطة **(2 , 2)** والمنحني مفتوح إلى الأسفل

(9) القطع المكافئ $y = a(x-h)^2 + k$ يقطع المحورين على الأكثر في:

(a) نقطة (b) نقطتين

(c) 3 نقاط (d) 4 نقاط

السبب :

القطع المكافئ يقطع محور السينات في نقطتين فقط ويمكن أن يقطع محور الصادات في نقطة واحدة

(10) القيمة الصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي عند النقطة:

a $(3,-2)$ b $(-3,2)$

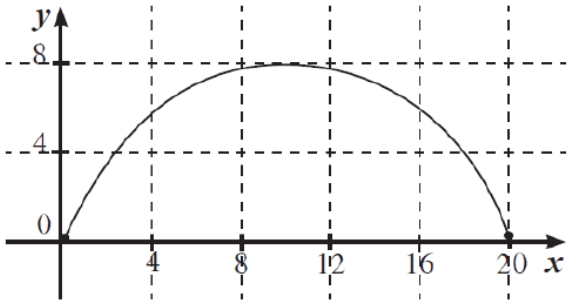
c $(-3,-2)$ d $(3,2)$

السبب :

المعادلة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي المعادلة $y = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 2$

فإن رأس المنحني هو النقطة **(3 , -2)**

(11) يقع جسر على شكل قطع مكافئ فوق نهر. يبلغ البعد بين قاعدتيه 20 m وارتفاعه الأقصى 8 m معادلة القطع المكافئ هي:



a $y = 0.08(x-10)^2 + 8$ b $y = -0.08(x-10)^2 + 8$

c $y = -0.08(x-20)^2 + 8$ d $y = 0.08(x+10)^2 + 8$

السبب :

تمرَّنْ
2–5

المعكوسات ودوال الجذر التربيعي

Inverses and Square Root Functions

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5–1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة.

(1) إذا كانت النقطة $M(x, y)$ تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة $N(y, x)$ تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة.

(a) (b)

السبب :

إذا كانت النقطة (a,b) تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة (b,a) تنتمي لبيان معكوس الدالة f

(2) إذا كانت $f(x) = x + 1, g(x) = x - 1$ فإن الدالتين كل منهما معكوس للأخرى.

(a) (b)

السبب :

$$f(x) = x + 1 \implies y = x + 1$$

نقوم بتبديل كل من x, y ثم الحل بالنسبة إلي y كالتالي

$$x = y + 1 \implies y = x - 1 \implies g(x) = x - 1$$

(3) المستقيم $y = x$ هو خط انعكاس لبيان دالة f وبيان معكوسها.

(a) (b)

السبب :

العبارة صحيحة

(4) إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضًا بنقطة الأصل.

(a) (b)

(5) لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحة بيانها 3 وحدات يمينًا.

(a) (b)

السبب :

لأنه عند التبديل x, y نحصل على نفس نقطة الأصل

في التمارين (10–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة:

(6) إذا انتمت النقطة $A(2, 3)$ إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

(a) $(-2, 3)$ (b) $(2, -3)$ (c) $(3, -2)$ (d) $(3, 2)$

السبب :

لأنه إذا كانت النقطة (a,b) تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة (b,a) تنتمي لبيان معكوس الدالة f

(7) بيان الدالة $y=\sqrt{x+2}-2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y=\sqrt{x}$:

(a) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأعلى
(b) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأسفل
(c) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأعلى
(d) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأسفل

السبب :

من خلال العلاقة بين الدالتين بيان الدالة $y=\sqrt{x}$

$y=\sqrt{x+2}-2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y=\sqrt{x}$ وحدتين يسار ووحدتين إلى أسفل

(8) معكوس الدالة $y=x^2+2$ هو:

(a) $y=\sqrt{x-2}$
(b) $y=-\sqrt{x-2}$
(c) $y=\pm\sqrt{x-2}$
(d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

السبب :

نقوم بتبديل كل من x, y ثم الحل بالنسبة إلي y كالتالي

$$x=y^2+2 \Longrightarrow y^2=x-2 \Longrightarrow y=\pm\sqrt{x-2}$$

معكوس الدالة $y^2=x+2$ هو الدالة $y=\pm\sqrt{x-2}$

نقوم بتبديل كل من x, y ثم الحل بالنسبة إلي y كالتالي

(9) معكوس الدالة $y=5x-1$ هو:

(a) $y=5x+1$
(b) $y=\frac{x+1}{5}$
(c) $y=\frac{x}{5}+1$
(d) $y=\frac{x}{5}-1$

السبب :

$$x=5y-1 \Longrightarrow 5y=x+1 \Longrightarrow y=\frac{x+1}{5}$$

معكوس الدالة $y=5x-1$ هو $y=\frac{x+1}{5}$

(10) مجال معكوس الدالة $y=\sqrt{x+3}-1$ هو:

(a) $\mathbb{R}$
(b) $(-1,\infty)$
(c) $(-\infty,1)$
(d) $[-1,\infty)$

السبب : مدى هو $[-1,\infty)$ **و مجال معكوس الدالة هو** $[-1,\infty)$

تمرّنْ
2–6

حل المتباينات

Solving Inequalities

المجموعة B تمارين موضوعية

في التمارين (5 – 1)، ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(1) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي $\mathbb{R}$ (a) (b●)

السبب : حيث أن الـ (-3) هو صفر للمتباينة $(x+3)^2 > 0$

مجموعة الحل $= \mathbb{R} - \{-3\}$ وليست $\mathbb{R}$

(2) كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$ (a) (b●)

السبب : أصفار المقام $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0$

أصفار المقام هي : $1 \in (0-\infty)$ فأن الفترة $(0-\infty)$ ليست حل للمتباينة

(3) مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 + 2 < 1$ هي المجموعة الخالية ϕ (a●) (b)

السبب : $(x+3)^2 + 2 < 0$ أي أن $(x+3)^2 < -2$

مجموعة الحل $= \{\ \} = \varphi$

(4) مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$ هي $(-1, \infty)$ (a●) (b)

السبب : $\frac{x+2}{x+1} \geq 1 \quad \forall x \in (-1, \infty)$ $\frac{x+2}{x+1} \neq 1 \ , \ \forall x \in (-1, \infty)$

وتكون الأجابة صحيحة إذا كتبت المتباينة بالصورة $\frac{x+2}{x+1} > 1$

(5) مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2 < 0$ هي $\{3\}$ (a) (b●)

السبب : $(-x-3)^2 < 0 \Rightarrow (x+3)^2 < 0$

مجموعة حل المتباينة هي φ

في التمارين (13–6)، ظلل رمز الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة.

(6) المعادلة المناظرة للمتباينة $-3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right) \leq 2$ هي:

(a) $-3x^2+2x-\frac{5}{3}=0$ (b) $x^2+\frac{4}{3}x+1=0$ (c) $-3x^2+4x-3=0$ (d) $-3x^2+2x+1=0$

السبب :

$$-3\,(x+1)\,\left(x+\tfrac{1}{3}\right) \leq 2 \quad \Longrightarrow \quad (x+1)\,(-3x-1) \leq 2$$

$$-3\,x^2-4x-1 \leq 2$$

$$-3\,x^2-4x-3 \leq 0$$

$-3\,x^2-4x-3 = 0$ معادلة المناظرة

(7) إن مجموعة حل المتباينة $(1-2x)(4+5x)<0$ هي:

(a) $\left(-\frac{4}{5},\frac{1}{2}\right)$ (b) $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

(c) $\left(-\infty,-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{4}{5},\infty\right)$ (d) $\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(-\frac{1}{2},\infty\right)$

السبب : $(1-2x)(4+5x)<0$ معادلة المناظرة $(1-2x)(4+5x)=0$

الأصفار هي : $\frac{1}{2}\,,\,-\frac{4}{5}$ $\qquad x=\frac{1}{2}\,,x=-\frac{4}{5}$

وحيث أن علاقة المتباينة أصغر فأن :

مجموعة الحل $=\left(-\infty,-\frac{4}{5}\right)\cup\left(\frac{1}{2},\infty\right)$

(8) إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3}>0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^*$ (c) $\mathbb{R}-\{3\}$ (d) $\mathbb{R}-\{0,3\}$

السبب : $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3}>0 \Longrightarrow x^2+1>0 : x \neq 0$

مجموعة الحل $=\mathbb{R}-\{3\}$

(9) المتباينة التي مجموعة حلها $[-2,3]$ هي:

(a) $x^2-x-6<0$ (b) $x^2-x-6\leq 0$ (c) $x^2-x-6>0$ (d) $x^2-x-6\geq 0$

السبب : المتباينة التي تحتوي على علاقة التباين أصغر من أو يساوي هي التي تحتوي

مجموعة الحل= $[-2,3]$ المتباينة هي $x^2-x-6\leq 0$

(10) مجموعة حل المتباينة $x^2+|x|>0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $(0,\infty)$ (c) $\mathbb{R}-\{0\}$ (d) ليس أيًّا مما سبق صحيحًا

السبب :

مجموعة حل المتباينة $x^2+|x|>0$ هي : $\mathbb{R}-\{0\}$

(11) إذا كانت $f(x)=\frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي:

(a) $\{\frac{2}{3},-\frac{3}{2}\}$ (b) $\{\frac{-2}{3},\frac{3}{2}\}$ (c) $\{\frac{2}{3},\frac{3}{2}\}$ (d) $\{\frac{-2}{3},-\frac{3}{2}\}$

السبب :

$f(x)=\frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ قيم x التي تجعل f غير معرّفة هي أصفار المقام

$$(2x-3)(3x+2)=0 \Rightarrow x=\frac{3}{2}\ ,\ x=-\frac{2}{3}$$

(12) مجموعة حل المعادلة $x^2+|x|-2=0$ هي:

(a) $\{1,-2\}$ (b) $\{-1,2\}$ (c) $\{-1,1\}$ (d) $\{-2,2\}$

السبب :

$$x^2+|x|-2=0 \Rightarrow |x|^2+|x|-2=0$$

$$(|x|-1)(|x|+2)=0$$

$|x|-1=0 \Rightarrow |x|=1 \Rightarrow x=\pm 1$, $|x|=-2$ مرفوض

(13) إذا كانت $f(x)=-3x^2+x-\frac{1}{12}$ فإن قيم x التي تجعل $f(x)$ غير موجبة ولا تساوي الصفر هي:

(a) $(-\infty,0)$ (b) $(0,\infty)$ (c) $\{\frac{1}{6}\}$ (d) $\mathbb{R}-\{\frac{1}{6}\}$

السبب :

$f(x)=-3x^2+x-\frac{1}{12}$ قيم x التي تجعل $f(x)$ غير موجبة ولاتساوي صفر

$$-3x^2+x-\frac{1}{12}<0 \Rightarrow 3x^2-x+\frac{1}{12}>0$$

في أضرب 12 $36x^2-12x+1>0$

$(6x-1)^2>0$ أصفار المتباينة $\frac{1}{6}$

مجموعة القيم هي $\mathbb{R}-\{\frac{1}{6}\}$