وزارة التربيــة
الإدارة العامة لمنطقة الفروانية التعليمية
ثانوية حمود الجابر الصباح بنيـن

قســم الرياضيات
الفصل الدراسي الأول
العام الدراسي : ٢٠١٧ – ٢٠١٨

دفتر الطالب

الصف الحادي عشر علمي

مــادة الرياضيــات

الاســم :

الصف :

رئيس القســم
أ. عسران رجب

الموجه الفني
أ. يوسف ذياب

مدير المدرسة : أ. أحمد الحربي

العام الدراسي : ٢٠١٧ – ٢٠١٨

هذه المذكرة معينه للطالب ولا تغني عن كتاب الطالب وكراسة التمارين

الباب الأول (الأعداد الحقيقية)

1 - 1 (الجذور و التعبيرات الجذرية)

الجذر التربيعي للعدد الحقيقي

لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب و الأخر سالب

أى أنه إذا كان $A^2 = x$ فإن $x > 0$ ، $A = \pm\sqrt{x}$

العدد صفر له جذر تربيعي واحد هو الصفر

العدد الحقيقي السالب ليس له جذور تربيعية حقيقية

الجذر التكعيبي للعدد الحقيقي

لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي حقيقي واحد

أى أنه إذا كان $A^3 = B$ فإن $A = \sqrt[3]{B}$

تذكر قوانين الأسس : -

$$\forall\ n,m \in Z\ ,\ \forall\ a,b \in R \quad a,b \neq 0$$

$$(a.b)^m = a^m . b^m \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \ ,m>n \qquad \frac{a^m}{a^n} = \frac{1}{a^{n-m}} \ , m<n$$

$$(a^m)^n = a^{m\times n} \qquad a^0 = 1 \ , a \neq 0$$

تذكر مجموعات الأعداد : -

N مجموعة الأعداد الكلية	Whole Numbers
z مجموعة الأعداد الصحيحية	Integers Numbers
Q مجموعة الأعداد النسبية	Rational Numbers
$\overline{Q}$ مجموعة الأعداد الغير النسبية	Irrational Numbers
R مجموعة الأعداد الحقيقية	Real Numbers

مثال (1)

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون إستخدام الألة الحاسبة :

(a) -8 (b) 125 (c) - $\frac{375}{24}$ (d) 0.064

الحل :

التعبير الجذري : هو أي مقدار يتضمن جذورا

تبسيط التعبير الجذري : حتى يكون التعبير الجذري في أبسط صورة يجب مراعاة ما يلي .

١) ألا يكون للمجذور عوامل مرفوعة لقوة أكبر من أو تساوي دليل المجذور

فمثلا $\sqrt{8a^6b^8}$

٢) ألا يكون المقام جذرا

فمثلا $\frac{5}{\sqrt{2}}$

٣) ألا يكون المجذور كسرا

فمثلا $\sqrt{\frac{4}{7}}$

٤) أن يكون دليل الجذر أصغر عدد صحيح موجب ممكن

فمثلا $\sqrt[10]{32}$

تذكر : $\sqrt{x^2} = |x|$

$$|x| = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

مثال (2) بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية لكل عدد حقيقي x

$a)\ \sqrt{4x^6}$ $b)\ \sqrt[3]{8x^3}\ + 3x$

حاول أن تحل 2 :

بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية حيث x , y عددان حقيقيان :

a) $\sqrt{9x^2y^4}$

b) $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x^2$

c) $\sqrt{x^8y^6}$

جمع و طرح التعبيرات الجذرية :

التعبيرات الجذرية المتشابهة : يكون لها نفس الدليل و نفس المجذور .
لجمع التعبيرات الجذرية يجب أن تكون في أبسط صورة . و ذلك لمعرفة ما إذا كانت متشابهة أم لا
فمثلا :

$3\sqrt{2}$ $\quad 5\sqrt{2}$ $\quad 3\sqrt{8}$ متشابهان

$2\sqrt{3}$ $\quad 4\sqrt{2}$ غير متشابهان

مثال : أوجد الناتج في أبسط .

b) $2\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{375}$

a) $3\sqrt{32} - \sqrt{98}$

d) $2\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

c) $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{72}$

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

حاول أن تحل (٤) أوجد الناتج في أبسط صورة

b) $2\sqrt{75} - \sqrt{48}$

a) $4\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{128}$

d) $\sqrt[3]{320} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$

C) $\sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{27}$

ضرب و قسمة التعبيرات الجذرية :

<u>الجذور التربيعية</u>

$\forall\ x, y \in R^{+} \cup \{0\}$

$\sqrt{x^2} = |x|$

$(\sqrt{x})^2 = x$

$\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$

$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} \quad , y \neq 0$

<u>الجذور التكعيبية</u>

$\forall\ x, y \in R$

$\sqrt[3]{x^3} = x$

$(\sqrt[3]{x})^3 = x$

$\sqrt[3]{x \cdot y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$

$\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}} \quad , y \neq 0$

بسط كلا من التعبيرات التالية

a) $\sqrt{72\,x^3} \quad , x > 0$

b) $\sqrt[3]{80n^3}$

c) $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3\,y^2} \quad , x \geq 0$

d) $4\,\sqrt[3]{x^4\,y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$

e) $\dfrac{\sqrt[3]{162x^5}}{\sqrt[3]{3x^2}} \quad , x \neq 0$

f) $\dfrac{\sqrt[3]{250x^7y^3}}{\sqrt[3]{2x^2y}} \quad , x \neq 0 \;,\; y \neq 0$

التاريخ الهجري :   التاريخ الميلادي :

<u>تبسيط كسر يتضمن جذرا :</u>

إذا كان A , B عددين صحيحين موجبين

$\sqrt{A}$ هو مرافق $\sqrt{A}$

$\left(\sqrt{A}-\sqrt{B}\right)$ هو مرافق $\left(\sqrt{A}+\sqrt{B}\right)$

المرافق ليس وحيدا :

يمكن إعادة كتابة كسر يحتوي مقامه على جذور تربيعية أو تكعيبية على شكل كسر مقامه عدد نسبي و ذلك بضرب بسط الكسر و مقامه في مرافق المقام

مثال : أكتب كل كسر بحيث يكون المقام عددا نسبيا :

a) $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $x > 1 \ , x \in Q$

b) $\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}$

c) $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$

d) $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+9x}$

e) $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

f) $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

1- 2 الباب الأول (الأسس النسبية)

يمكن كتابة أي تعبير جذري باستخدام الأس النسبي :

الصورة الأسية	الصورة الجذرية
$25^{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{25} = \sqrt[2]{25}$
$27^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{27}$
$64^{\frac{1}{4}}$	$\sqrt[4]{64}$

مثال بسط كل عدد من الأعداد التالية مستخدما الصورة الجذرية .

$a)\ 125^{\frac{1}{3}}$

$b)\ 5^{\frac{1}{2}} \times 5^{\frac{1}{2}}$

$c)\ (8^{\frac{1}{2}}) \times (2^{\frac{1}{2}})$

أكتب العدد التالي بالصورة الجذرية :

$a)\ 125^{\frac{3}{2}}$

$b)\ 64^{\frac{4}{3}}$

إذا كان a عددا حقيقيا ، $N \geq 2$, $n \in Z^{+}$ فإن

المجذور ⟵ $\sqrt[n]{a}$ ⟶ دليل الجذر

إذا كان الجذر النوني لعدد x هو عددا حقيقيا , m عددا صحيحا , n عددا طبيعيا $n \in Z^{+}, n \geq 2$ فإن :

1) $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$

2) $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^{m}}$

3) $\sqrt[n]{x^{n}} = \begin{cases} |x| & \text{إذا كان } n \text{ عددا زوجيا} \\ x & \text{إذا كان } n \text{ عددا فرديا} \end{cases}$

مثال أكتب بالصورة الجذرية كلا من :

1) $x^{\frac{2}{5}}$

2) $y^{-2.5}$, $\forall y > 0$

3) $\sqrt[3]{x^{2}}$

4) $\left(\sqrt{y}\right)^{3}$

قوانين الأسس النسبية :

ليكن m , n عددين نسبين ، a , b عددين حقيقين حيث $a^{n} , a^{m} , b^{n} , b^{m}$ أعدادا حقيقية .

القانون	المثال
1) $b^{m} . b^{n} = b^{m+n}$	
2) $(b^{m})^{n} = b^{m.n}$	
3) $(a . b)^{n} = a^{n} + b^{n}$	
4) $b^{-n} = \frac{1}{b^{n}}$, $b \neq 0$	
5) $\frac{b^{m}}{b^{n}} = b^{m-n}$, $b \neq 0$	
6) $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^{n}}{b^{n}}$, $b \neq 0$	

بسط ما يلي مستخدما قوانين الأسس :

$$\left(x^{\frac{1}{2}} . x^{\frac{5}{6}}\right) \div x^{\frac{2}{3}} , \quad x > 0$$

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

<u>قوانين الجذور النونية :</u>

إذا كان : $\sqrt[n]{y}$, $\sqrt[n]{x}$ عددين حقيقين ، فإن :

$$1)\quad \sqrt[n]{x}\,.\sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x\,.y}$$

$$2)\quad \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}\ ,\ y \neq 0$$

مثال : بسط كلا من التعبيرات الجذرية التالية :

$$1)\ \sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7}$$

$$2)\ \frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$$

$$3)\ \sqrt{\sqrt[4]{256}}$$

$$4)\ \left[\left(\sqrt{x^3\,y^4}\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1}\quad x\,,y \in Q^+$$

مثال رقم ٧ كتاب المدرسة

مثال (7)

تعطى قوة الجاذبية بين جسمين بالعلاقة:

$g = 6.67\times(10)^{-11}\cdot\frac{k_1\cdot k_2}{d^2}$ حيث: k_2 ،k_1 كتلتي الجسمين بالكيلوغرام (kg)، d المسافة بين الجسمين بالمتر (m)، g قوة الجاذبية بالنيوتن (N).

أوجد المسافة بين الأرض والقمر إذا كانت كتلة الأرض تساوي تقريبًا 5.98×10^{24}kg ، كتلة القمر تساوي 1.23% من كتلة الأرض وقوة الجاذبية بينهما هي 183×10^{19} N تقريبًا.

التاريخ الهجري :   التاريخ الميلادي :

1- 3   الباب الأول (حل المعادلات)

خطوات حل المعادلة الجذرية :

الخطوة الأولي :   نفصل الجذر إلى أحد طرفي المعادلة

الخطوة الثانية : نحدد شروط الحل

الدليل زوجي
- ما تحت الجذر ≤ الصفر
- كلا من طرفي المعادلة ≤ الصفر

الدليل فردي   ما تحت الجذر ينتمي إلىR

الخطوة الثالثة : نرفع طرفي المعادلة إلى أس مناسب يحذف الجذر

الخطوة الرابعة : تأكد من أن الحل يحقق الشرط

مثال : أوجد مجموعة حل كلا من المعادلات التالية :

$b)\ 6+\sqrt{x-1}=3$

$a)\ 2+\sqrt{3x-2}=6$

$d)\ \sqrt{x-1}=3$

$c)\ \sqrt{5x+4}-7=0$

يمكن حل معادلة على صورة $x^{\frac{m}{n}} = b$ برفع طرفي المعادلة إلى الأس $\frac{n}{m}$ ، المعكوس الضربي لـ $\frac{m}{n}$

مثال : أوجد مجموعة حل المعادلة :

2) $(1 - x)^{\frac{2}{5}} - 4 = 0$

1) $2\,(x - 2)^{\frac{2}{3}} = 50$

4) $\sqrt{5x - 1} + 3 = x$

3) $5 + \sqrt{x - 3} = x$

6) $\sqrt{x} + \sqrt{2x-4} = 0$

5) $\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$

8) $\sqrt{x-7} + \sqrt{3x-21} = 0$

7) $\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$

المعادلات الأسية :

ليكن a عدد حقيقي حيث $a \in \{-1, 0, 1\}$. n, m عددان صحيحان

إذا كان $a^m = a^n$ ، فإن $m = n$

مثال : أوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

1) $2^x = 64$

2) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 0.5$

3) $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{64}{27}\right)$

4) $3^x = 243$

5) $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{128}$

6) $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{81}{16}\right)$

7) $3^{x^2-1} = 27$

8) $7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$

10) $5^{x^2-4} = 1$

9) $6^{2x-8} = 1$

12) $2^{x^2-4} = 32$

11) $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$

2 -1   الباب الثاني (الدوال الحقيقية)

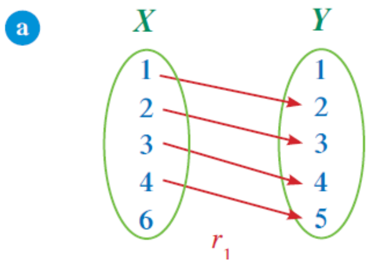
مثال توضيحي (1)

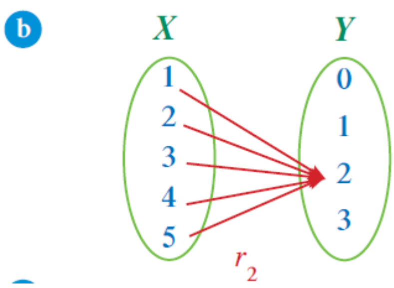
في المخططات السهمية التالية علاقات من: $X \longrightarrow Y$

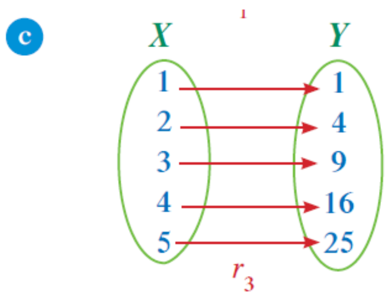
1 حدّد المجال والمجال المقابل والمدى.

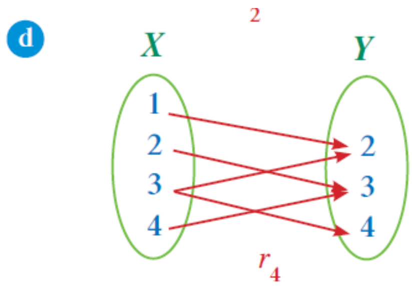
2 اكتب كل علاقة على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة.

3 بيّن أي من العلاقات يمثل دالة حقيقية وأيها لا يمثل دالة حقيقية مع ذكر السبب.









تكون العلاقة دالة : إذا كان

عندما يكون كل عنصر في المجال مرتبطا بعنصر واحد فقط من المجال المقابل

و الدالة التي مجالها و مجالها المقابل مجموعتان جزئيتان من مجموعة الأعداد الحقيقية تسمى دالة حقيقية .

إختبار المستقيم الرأسي :

إذا تقاطع كل مستقيم رأسي مع بيان علاقة ما بنقطة واحدة على الأكثر ، فإن هذه العلاقة تكون دالة .

مثال : بين ما إذا كانت العلاقة التالية دالة أم لا ، إذا كانت دالة أوجد المجال و المجال المقابل و المدي ؟

$$x = \{1, 2, 3\}\ , \qquad y = \{2, 4, 6, 8\}$$

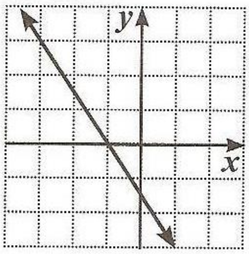
1) $r_1 = \{(1, 4), (2, 3)\}$

1) $r_2 = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2)\}$

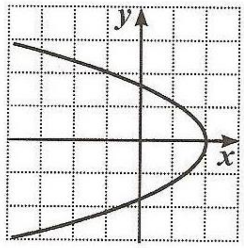
1) $r_3 = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (1, 3)\}$

مثال : - إستخدم إختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان كل علاقة مما يلي دالة أم لا :

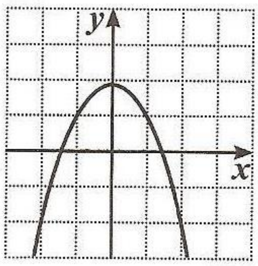
(1)



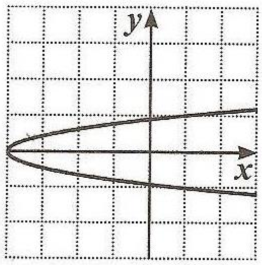
(2)



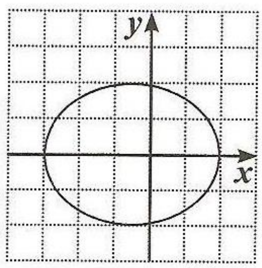
(3)



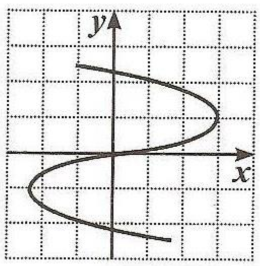
(4)



(5)



(6)



مجال الدالة :

تساعدنا القواعد التالية على تحديد مجال الدالة:

1 مجال الدالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$.

2 مجال الدالة الحدودية النسبية هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ عدا مجموعة أصفار المقام.

3 مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد زوجي هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $g(x)\geq 0$.

4 مجال الدالة $f(x)=\sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد فردي هو مجال الدالة g.

5 مجال الدالة $f(x)=g(x)\pm h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين h, g.

أي أن مجال $f =$ مجال $g \cap$ مجال h.

6 مجال الدالة $f(x)=g(x).h(x)$ هو مجموعة الأعداد الحقيقة المشتركة بين مجالي الدالتين h, g.

أي أن مجال $f =$ مجال $g \cap$ مجال h.

7 مجال الدالة $f(x)=\dfrac{g(x)}{h(x)}$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية المشتركة بين مجالي الدالتين h, g عدا أصفارالمقام $(h(x)\neq 0)$.

أي أن مجال $f =$ (مجال g $\cap$ مجال h)/مجموعة أصفار المقام.

مثال : عين مجال كلا من الدوال التالية

$$a)\ f(x)=2x+1$$

$$b)\ g(x)=x^2+3x+1$$

$$c)\ t(x)=\sqrt{3x-4}$$

$$d)\ h(x)=\frac{x+2}{x-4}$$

$$e)\ u(x)=\sqrt[3]{2x+1}$$

$$v(x)=\frac{\sqrt{3x-4}}{x-2}$$

أوجد مجال كل دالة :

$$a)\quad f(x) = 2x^3 - 4x - \sqrt{2x-6}$$

$$b)\ g(x) = (2x^2 + x)\sqrt{8-2x}$$

$$c)\quad h(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2 - 1}$$

$$d)\ u(x) = \frac{4}{\sqrt{-x}}$$

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

$$f(x) = x^3 - 4x - 4 + \sqrt{x-9}$$

$$f(x) = \frac{2x+5}{x-4}$$

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2-5x}{x}}$$

$$f(x) = \frac{2x+5}{x-4}$$

التاريخ الهجري :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{5+\sqrt{2x-1}}$$

$$f(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$$

التاريخ الميلادي :

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2-2}\left(\sqrt{2x-3}\right)$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2}$$

2 -2   الباب الثاني (الدوال التربيعية و نمذجتها)

الصورة العامة للدالة التربيعية هي

$$f(x) = \underbrace{a\,x^2}_{\text{حد من الدرجة الثانية}} + \underbrace{bx}_{\text{حد من الدرجة الأولى}} + \underbrace{c}_{\text{حد مطلق}} \qquad , a \neq 0 \qquad , b , c \in R$$

تمثل الدالة التربيعية بيانيا بمنحنى متماثل حول المستقيم الرأسي الذي يمر برأس المنحنى

و يسمى شكل المنحنى قطعا مكافئا

و الإحداثي السيني لرأس هذا المنحنى $x = \frac{-b}{2a}$ ، و هو معادلة المستقيم الرأسي الذي يسمى محور التماثل .

مثال (١) حدد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية ؟ و إذا كانت تربيعية أوجد رأس المنحنى ؟

$a)\ f(x) = 2x\,(x-3)$

$b)\ f(x) = (x-2)(2x+1)$

$c)\ f(x) = (2x+3)^2 - 4x^2 - 7x$

$d)\ f(x) = 3(x^2 - 4x) - 3x + 4$

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

3 - 2 الباب الثاني (الدوال التربيعية و القطوع المكافئة)

بيان الدالة التربيعية يكون على شكل فطع مكافئ

القطوع المكافئة :

رأس الفطع المكافئ : هو أعلى نقطة (أو أدنى) نقطة في القطع المكافئ الذي يمثل الدالة التربيعية عندما تكون فتحة القطع لأعلى تكون تكون رأس القطع أصغر قيمة و تسمى قيمة صغرى .

و عندما تكون فتحة القطع إلى أسفل تكون رأس القطع أكبر قيمة و تسمى قيمة عظمى

محور التماثل (التناظر) : يقسم القطع المكافئ إلى جزئين متطابقين (كل جذء هوة صورة للأخر بالإنعاس في المحور)

معادلة الدالة التي تمثل قطعا مكافئا رأسه $(0,0)$ هي : $y = a\,x^2$

معادلة محور تماثل هذا القطع هي $x = 0$

مثال :

كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل .

أكتب معادلة تربيعية لهذا القطع المكافئ و اذكر ما إذا كان بيانه مفتوحا إلى أعلى أم إلى أسفل ظ

$D)\ (1 , -5)$

$a)\ E\ (4 , 2)$

ليس بالضرورة ان يكون رأس القطع المكافئ نقطة الأصل

المعادلة في الصورة : $y = a(x-h)^2 + k \ , a \neq 0 \, , h, k \in R$

معادلة القطع المكافئ بدلالة رأسه $(h\,,k)$ و هي عبارة عن إزاحة لبيان منحنى الدالة $f\,(x) = ax^2$

و يكون رأس المنحنى $(h\,,k)$ و محور التماثل $x = h$

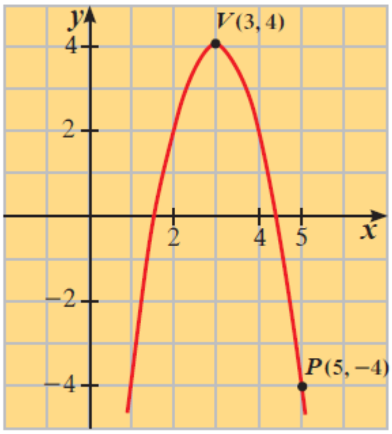
و تكون فتحة القطع المكافئ إلى الأعلى عندما تكون a موجبة

تكون فتحة القطع المكافئ إلى الأعلى عندما تكون a موجبة

و إذا كان $|a| < 1$ فإن الرسم سوف يكون أوسع من رسم الدالة : $y = x^2$

إذا كان $|a| > 1$ فإن الرسم سوف يكون أضيق من رسم الدالة : $y = x^2$

مثال : أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم .



التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

مثال : إرسم منحنى الدالة :

$$y = (x+3)^2 + 1$$

مثال : إرسم منحنى الدالة :

$$y = -(x-3)^2 + 1$$

تطبيقات حياتية :

مثال (6) تطبيقات حياتية

رميت كرة من فوق حاجز بارتفاع 150 cm عن سطح الملعب فاجتازت الكرة الحاجز الشبكي ثم سقطت على الأرض مبتعدة 300 cm عن قاعدة الحاجز.

استخدم الحاجز كمحور تناظر واكتب معادلة تنمذج مسار الكرة.

افترض أن نقطة الأصل هي حيث يتقاطع الحاجز مع الأرض.

حاول أن تحل

6 في ملعب لكرة المضرب، رمى لاعب الكرة من فوق الشبكة بارتفاع 1 m عن سطح الملعب فاجتازت الكرة الشبكة ثم سقطت على الأرض مبتعدة 6 m عن قاعدتها.

افترض أن نقطة الأصل هي حيث يتقاطع المستقيم الرأسي في منتصف الشبكة مع أرض الملعب.

استخدم المستقيم كمحور تناظر واكتب معادلة تنمذج مسار الكرة.

الباب الثاني

4 - 2 (مقارنة بين صورة الدالة التربيعية بدلالة إحداثيات الرأس و الصورة العامة)

تذكر ما يلي :

الصورة العامة للمعادلة التربيعية هي $y = ax^2 + bx + c$

رأس المنحنى $h = \dfrac{-b}{2a}$

من العلاقة

نعوض بقيمة $x = h$ في المعادلة لنحصل على قيمة $k = y$

كتابة المعادلة بالصورة القياسية : $y = a(x-h)^2 + k$

مثال : أكتب المعادلة بدلالة إحداثيات رأس المنحنى ثم إرسمها بيانيها

$$y = 2x^2 + 10x + 7$$

مثال : أكتب المعادلة بدلالة إحداثيات رأس المنحنى ثم إرسمها بيانيها

$$y = -3x^2 + 12x + 5$$

مثال : منحنى الدالة $y = ax^2 + bx + 12$ له رأس عند النقطة $(1, 8)$ فما قيم a, b ؟

مثال : منحنى الدالة $y = ax^2 + 4x + c$ له رأس عند النقطة $(-1, 5)$ فما قيم a, c ؟

حاول أن تحل

5 لاحظ صاحب محل لبيع الدراجات النارية أن بالإمكان نمذجة ربحه بالدالة:

$$f(x) = -x^2 + 2200x - 1150\,000$$

حيث x تمثل سعر مبيع الدراجة النارية بالدينار

a أوجد سعر مبيع الدراجة النارية الذي يحقق أعلى ربح.

b أوجد قيمة أعلى ربح.

مثال (2) **الصلة بالواقع**

إذا قمت بالتخطيط لصنع برواز مستطيل الشكل لمجموعة من الصور، وذلك لتقديمها كهدية تخرج لأحد الأصدقاء، وكان لديك قطعة من الخشب طولها 2.8 m لصنع برواز. فما أبعاد البرواز التي تعطيك أكبر مساحة (A) لوضع مجموعة الصور؟

وما هي أكبر مساحة؟

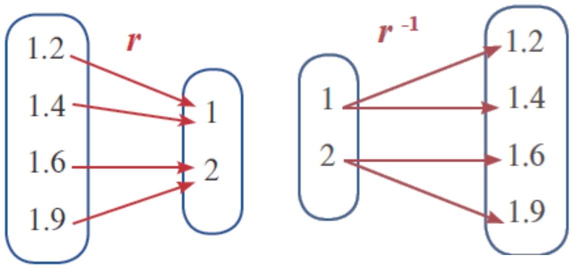
2 - 5　الباب الثاني (المعكوسات و دوال الجذر التربيعي)

يبين الشكل المقابل :

العلاقة r و معكوسها r^{-1}

مدى العلاقة r هو مجال معكوس هذه العلاقة

و مجال r هو مدى معكوسه



إذا كانت $(a\,,b)$ تنتمي إلى بيان دالة فإن النقطة $(b\,,a)$ تنتمي إلى بيان معوس هذه الدالة

و لكي ترسم معكوس الدالة بيانيا إعكس الترتيب لكل زوج مرتب ينتمي لبيان الدالة

إيجاد معكوس الدالة

سوف نستخدم هنا طريقة التبديل بين المتغيرات بدلا من طريقة الرسم .

مثال : -　　أوجد معكوس كل الدالة

1)　$y = 5x - 4$

2)　$y = 5(x+1) - 3$

3)　$y = \dfrac{2x-1}{3}$

4)　$y = x^2 + 3$

لاحظ مايلي :

معكوس الدالة ليس بالضرورة أن يكون دالة .

معكوس القطع المكافئ الذي فتحته لأعلى يكون قطع مكافئ مفتوح لليمين و هو ليس دالة .

التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

<u>دوال الجذر التربيعي :</u>

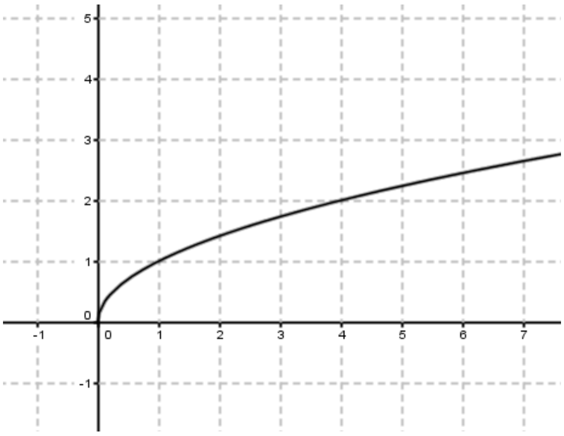
الدالة $y = \sqrt{x}$ دالة جذر تربيعي .

و تمثل بيانيا كما بالشكل

و تبدأ من نقطة الأصل $(0,0)$

الدالة معرفة عندما $x \geq 0$

المجال $= [0 , \infty)$ المدى $= [0 , \infty)$



التمثيل البياني للدالة $y = \sqrt{x-h} + k$

ينتج من إزاحة بيان الدالة $y = \sqrt{x}$

و يكون المجال $= [h , \infty)$

المدى $= [k , \infty)$

فمثلا :

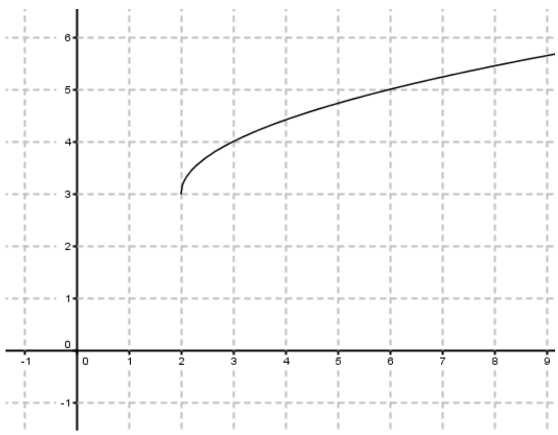
بيان الدالة $y = \sqrt{x-2} + 3$

ينتج من إزاحة وحدتين جهة اليمين

و ثلاث وحدات جهة اليسار

المجال $= [2 , \infty)$

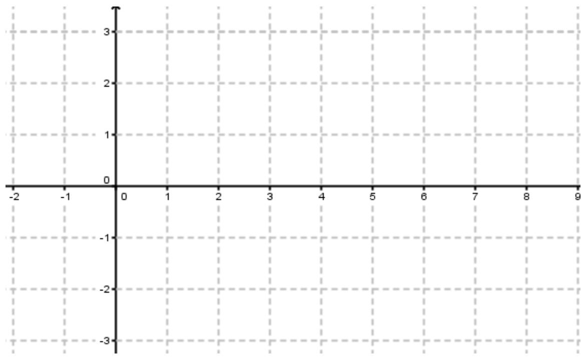
المدى $= [3 , \infty)$



التاريخ الهجري : **التاريخ الميلادي :**

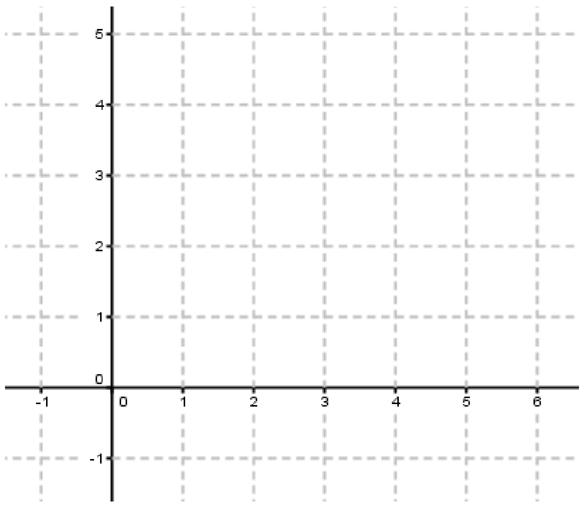
مثال : إرسم الدالة : $y = \sqrt{x-4} - 2$

و عين المجال و المدى للدلة



مثال : إرسم بيانيا : $y = \sqrt{x-2} + 1$

ثم عين المجال و المدى



مثال : إذا تم إزاحة بيان الدالة $y = \sqrt{x}$ ٥ وحدات يمينا و وحدة إلى أسفل أكتب معادلة الدالة الناتجة عن الإزاحة .

2 - 6 الباب الثاني (حل المتباينات)

مثال : أوجد مجموعة حل المتباينة :

$$x^2 - x - 6 < 0$$

مثال : أوجد مجموعة حل المتباينة : $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$

مثال :

أوجد مجموعة قيم x التي تحقق المتباينة : $-2x^2 + 5x - 3 > 0$

مثال : أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات التالية :

1) $$\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$$

2) $$\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$$

3) $$\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$$

.

4) $\dfrac{x^2 - 5x + 3}{x + 4} < 3$

5) $\dfrac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} < 0$

تطبيق على المجال : أوجد مجال كلا من

1) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

2) $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

3) $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$

4) $f(x) = \sqrt{9-x^2}$

تطبيقات حياتية صـ ٧٧ رقم ٣

صمم مهندس مخططًا لحديقة منزل على شكل مستطيل طول أحد بعديها x ومحيطها $20\ m$.

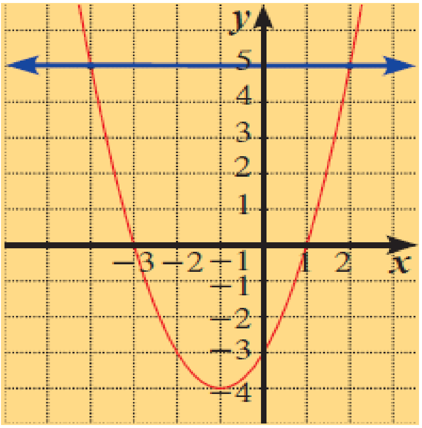
a ما المجال الواقعي للمتغير x؟

b إذا اعتبرنا f دالة مساحة هذا المستطيل، فعبر عنها بدلالة x.

c ما مجموعة حل المتباينة $f(x) < 24$ ؟

d ما مجموعة حل المتباينة $f(x) > 9$ ؟

تطبيق على الرسم البياني : صـ ٨٣ رقم ٨



يبيّن الرسم البياني منحنى الدالة:

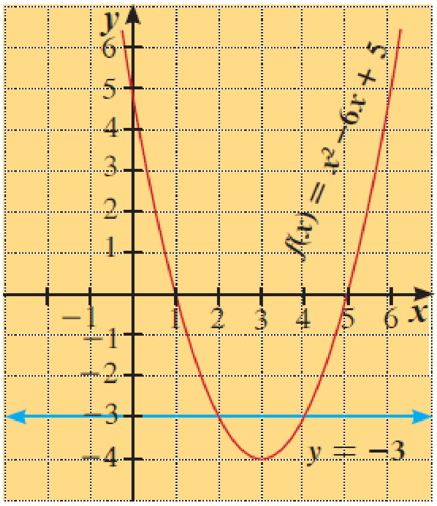
$f(x) = x^2 + 2x - 3$ والمستقيم $y = 5$

a ادرس بيانيًا المتباينة $f(x) < y$.

b ادرس بيانيًا المتباينة $f(x) > y$.

c تحقق حسابيًا من النتائج التي حصلت عليها في a و b.

حاول أن تحل صـ ٨٤ رقم ٨



يبيّن الرسم البياني منحنى الدالة:

$f(x) = x^2 - 6x + 5$ والمستقيم $y = -3$.

ادرس بيانيًّا: $f(x) \geq y$, $f(x) < y$, $f(x) = y$

دوال القوى : تكون دوال القوى على الشكل : $y = ax^n$ ، $a \neq 0$ ، $n \in Z^+$

الدوال الزوجية و الدوال الفردية :

تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة زوجية إذا وفقط إذا كان:

1. $\forall x \in D \, , \, -x \in D$
2. $f(-x) = f(x)$

تعريف

تكون الدالة $y = f(x)$ التي مجالها D دالة فردية إذا وفقط إذا كان:

1. $\forall x \in D \, , \, -x \in D$
2. $f(-x) = -f(x)$

ملاحظة: توجد دوال ليست زوجية وليست فردية.

مثال : بين ما إذا كانت كل دالة ما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية و ليست فردية .

$a)$ $h(x) = 4$

$b)$ $f(x) = x^5$

$c)$ $f_1(x) = 2x^4$

$d)$ $f_2(x) = (x+3)^3$

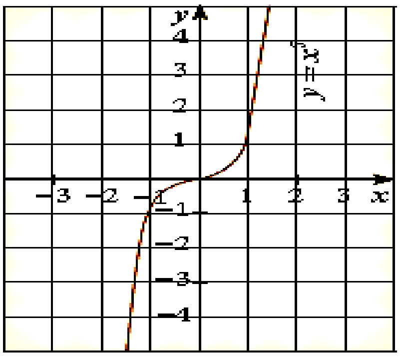
اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الثالثة **تابع بند 3-1** **تابع دوال القوى و معكوساتها**

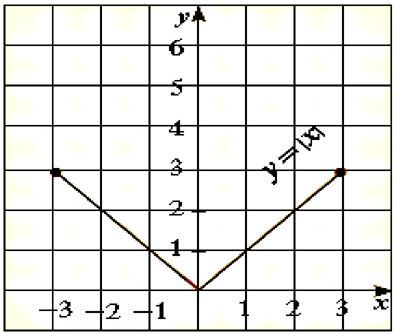
مثال رقم 4 صـ 94 :

الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضّح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية.

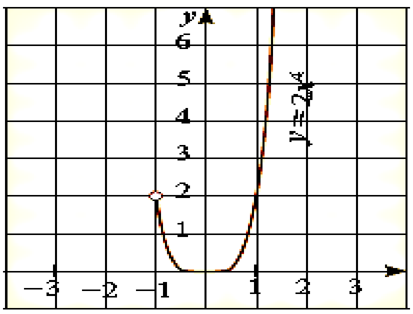
a $y = x^5 \, , \quad x \in \mathbb{R}$



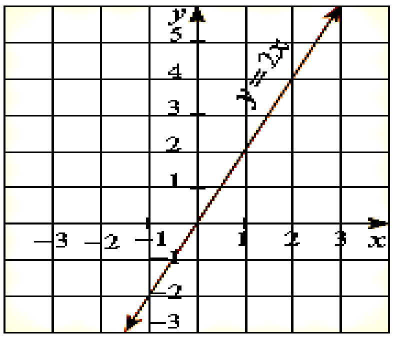
b $y = |x| \, , \quad x \in [-3, 3]$



c $y = 2x^4 \, , \quad x \in (-1, \infty)$



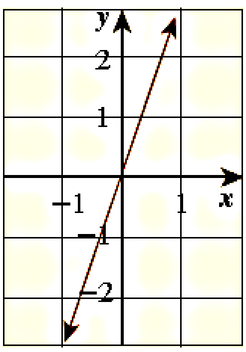
d $y = 2x \, , \quad x \in \mathbb{R}$



حاول أن تحل صـ 94 رقم 4

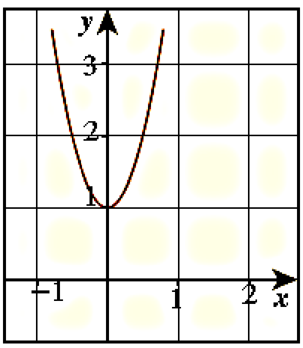
الأشكال التالية تمثل دوال. صف تماثل كل دالة ثم وضّح هل هي زوجية أم فردية أم ليست زوجية وليست فردية.

a



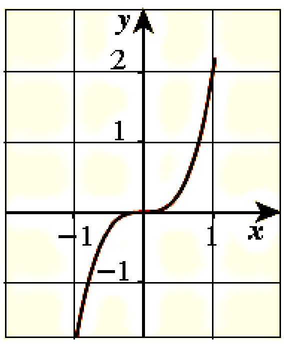
$y = 3x$

b



$y = 4x^2 + 1$

c



$y = 2x^3$

معكوس العلاقة :

- إذا كانت علاقة r تربط عنصرًا a من المجال بعنصر b من المدى، فمعكوس العلاقة يربط العنصر b بالعنصر a.
- إذا كان (a, b) عنصرًا من العلاقة r فإن (b, a) هو عنصر من معكوس العلاقة r^{-1}.
- مجال معكوس العلاقة (r^{-1}) هو مدى العلاقة r.
- المستقيم الذي معادلته: $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها.

حاول أن تحل رقم 5 صـ 95 :

أوجد معكوس الدالة : $y = 5\,x^3$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 96 :

أوجد معكوس الدالة : $y = \sqrt{x-4}$

اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الثالثة **بند 2 - 3** **الدوال الحدودية**

دالة كثيرة حدود

$$P(x) = \boxed{2}x^3 - 5x^2 - 2x - 5$$

المعامل الرئيسي حد تكعيبي حد تربيعي حد خطي حد ثابت

حاول أن تحل رقم 1 صـ 99 :

أكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة و عدد الحدود

$a)\ 4\,x - 6x\ + 5$

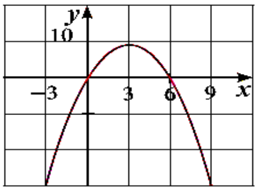
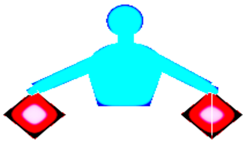
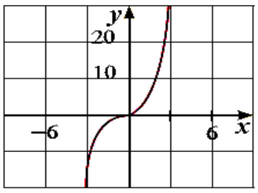
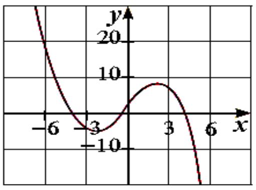
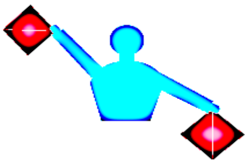
$b)\ 3\,x^3 + x^2 - (4x + 2x^2)$

$c)\ 6 - 2x^5$

اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الثالثة تابع بند 2 - 3 تابع الدوال الحدودية

سلوك الدالة :

الدرجة زوجي أم فردي	سلوك النهاية	المعامل الرئيسي موجب، سالب	الدالة وبيانها	نظام الإشارات
الرابعة زوجي	(↖ ، ↗)	1 عدد موجب	 $y = x^4 - 3x^3 + 5x$	
الثانية زوجي	(↙ ، ↘)	-1 عدد سالب	 $y = -x^2 + 6x$	
الثالثة فردي	(↙ ، ↗)	1 عدد موجب	 $y = x^3$	
الثالثة فردي	(↖ ، ↘)	-0.3 عدد سالب	 $y = -0.3x^3 + 4x + 2$	

حاول أن تحل رقم 2 صـ 101 :

وضح سلوك النهاية لبيان كل دالة كثيرة الحدود

$a)\ y = -x^3 + 2x^2 + 6$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 101 :

وضح سلوك النهاية لبيان كل دالة كثيرة الحدود

$b)\ \ y = 4\,x^4 - 3\,x$

$c)\ \ f(x) = 2\,x^3 - \ x$

$d)\ \ h(x) = \ x - \ x^4$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 103 :

حلل كثيرات الحدود : $12\,x^3 - 12x^2 + 3\,x$ إلى عوامل ، ثم تحقق .

معلومة:
عندما نقول عوامل العدد فإننا نعني بها العوامل الموجبة والعوامل السالبة لهذا العدد.
فمثلًا: عوامل العدد 6 هي:
$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

حاول أن تحل رقم 3 صـ 104 :

3 قطعة خشب على شكل شبه مكعب طولها 12 cm وعرضها 8 cm وسماكتها x cm . اقتطع من إحدى زواياها مكعب طول حرفه x cm

a كوّن الدالة التي تربط حجم قطعة الخشب المتبقي بـ x

b صف المجال الواقعي للدالة.

اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الثالثة   تابع بند 3 - 3   تابع العوامل الخطية لكثيرات الحدود

عوامل و أصفار دالة كثيرة الحدود :

حاول أن تحل رقم 4 صـ 105 :

أوجد أصفار الدالة $y = (x-7)(x-5)(3-x)$

ثم إرسم بيانا تقريبا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة

كراسة التمارين رقم 10 صـ 43

أوجد أصفار الدالة ثم ارسم بيانًا تقريبيًّا مراعيًا سلوك النهاية لبيان الدالة

$$y = (x+1)(x-2)(x-3)$$

نظرية العامل :

المقدار $(\ x - a\ )$ هو عامل خطي لكثيرة الحدود $\Leftrightarrow$ a صفر من أصفار كثيرة الحدود

حاول أن تحل رقم 5 صـ 106 :

1) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها : 1 , 2 - , 4-

2) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها : 0 , 2 - , 4-

3) أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و 1- صفر بسيط

التطبيق : كراسة التمارين رقم 20 صـ 44

أكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها

$\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, 2$ (مكرر مرتين)

حاول أن تحل رقم 1 صـ 108 :

إقسم

b) $x-8\overline{\smash{)}2x^2-19x+24}$

a) $x+2\overline{\smash{)}x^2+5x+6}$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 109 :

تحقق ما إذا كان كل مقسوم عليه هو من عوامل المقسوم .

b) $(x^3-x+1)\div(x+1)$

a) $(x^3+4x^2+x-6)\div(x+2)$

إستخدام القسمة التركيبية :

مثال : إستخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ على $(x + 2)$ ثم أوجد باقي العوامل .

حاول أن تحل رقم 3 صـ 111 :

إستخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ على $(x + 2)$

التطبيق : كراسة التمارين صـ 46 رقم 8 :

اقسم مستخدمًا القسمة التركيبية. $(-2x^3 + 5x^2 - x + 2) \div (x + 2)$

نظرية الباقي :

إذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ من الدرجة $n \geq 1$ على $(x - a)$ حيث a ثابت

فإن باقي القسمة هو $f(a)$

حاول أن تحل رقم 7 صـ 115 :

استخدم نظرية الباقي لإيجاد باقي قسمة $f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60$ على $(x+1)$، ثم تحقق من صحة الإجابة باستخدام القسمة التركيبية.

التطبيق : كراسة التمارين صـ 46 رقم 17 :

استخدم القسمة التركيبية ونظرية الباقي لإيجاد $f(a)$

$$f(x) = 2x^3 - x^2 + 10x + 5 \;;\; a = \frac{1}{2}$$

مثال رقم 1صـ 117 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $3\,x^3 + 6x^2 - 9\,x = 0$ بالتحليل ثم تحقق من صحة الحل .

حاول أن تحل رقم 1صـ 117 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $4\,x^3 - 16x^2 - 20\,x = 0$ بالتحليل ثم تحقق من صحة الحل .

حاول أن تحل رقم 2 صـ 118 :

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي :

$a)\ 2\,x^3 = 3\,x - 5x^2$

$b)\ \ x^3 - x^2 - 3x = 0$

يمكن حل بعض معادلات كثيرات الحدود باستخدام التحليل بطريقة التقسيم حيث يمكن تقسيم الحدود بطريقة تساعدنا على تحويل كثيرة الحدود إلى حاصل ضرب عوامل

حاول أن تحل رقم 3 صـ 118 :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^3 + 2x^2 - 4\,x = 8$

الأصفار النسبية الممكنة :

نظرية

بفرض أن: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \,;\, a_n \neq 0$

حيث $a_n , a_{n-1} , \dots , a_0$ أعداد صحيحة فتكون مجموعة الأصفار النسبية الممكنة

لِـ $f(x)$ هي:

$\{\frac{a}{b}$: a عامل من عوامل الحد الثابت a_0، b عامل من عوامل المعامل الرئيسي $a_n\}$

الخطوات : ١) نحدد عوامل الحد الثابت ٢) نحدد عوامل المعامل الرئيسي ٣) نطبق النظرية

مثال :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^3 + x^2 - 4\,x - 4 = 0$

مثال :

أوجد مجموعة حل المعادلة : $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27\,x = 18$

التطبيق : كراسة التمارين رقم 14 صـ 49 :

استخدم الأصفار النسبية الممكنة لحل المعادلات التالية:

$$x^3 - 3x + 2 = 0$$

اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الرابعة **بند 1-4** **استكشاف النماذج الأسية**

الدالة:

$\forall x \in \mathbb{R}$ $\qquad y = ab^x$

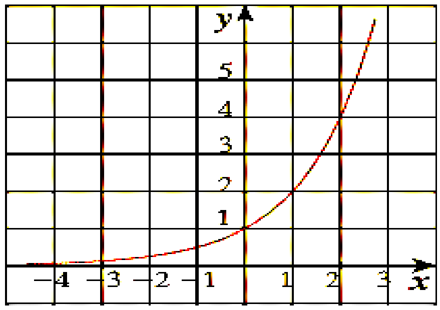
$a \in \mathbb{R}^*$ $\qquad$ (عدد ثابت)

$b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ $\qquad$ (الأساس)

تسمى دالة أسية.

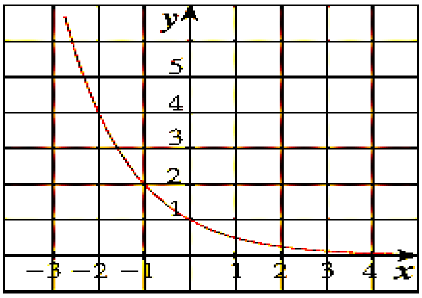
الدالة الأسية التي فيها $a > 0$ يمكن أن تستخدم كنموذج للنمو أو للتضاؤل معتمدًا على قيمة b، كالتالي:

نمو أسي



عندما تكون $b > 1$، فإن الدالة تمثل نموًّا أسيًّا، وتكون b هي عامل النمو.

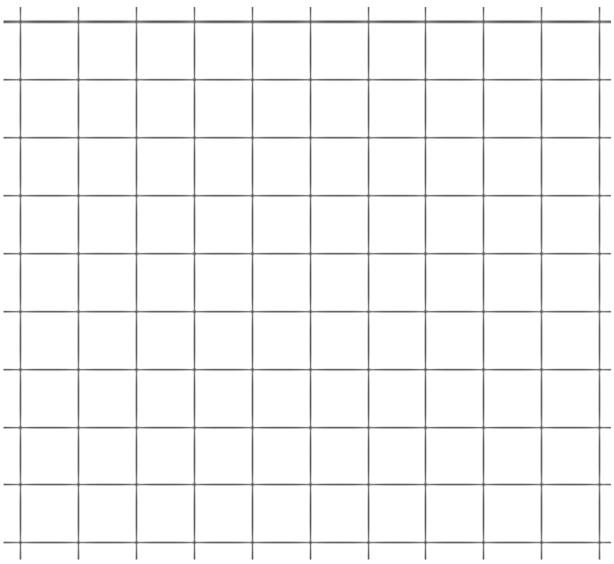
تضاؤل أسي



عندما تكون $0 < b < 1$، فإن الدالة تمثل تضاؤلًا أسيًّا، وتكون b هي عامل التضاؤل.

حاول أن تحل رقم 1 b صـ 127 :

مثل بيانيا الدالة : $y = 3^x$ ثم بين ما إذا كانت تمثل نموا أسيا أو تضاؤلا أسيا و حدد العامل



حاول أن تحل رقم 9 صـ 128 :

مثل بيانيا الدالة : $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ ثم بين ما إذا كانت تمثل نموا أسيا أو تضاؤلا أسيا و حدد العامل

كراسة التمارين رقم 3 , 2 صـ 54

في التمارين (1–5)، اذكر ما إذا كانت كل دالة تمثّل نموًّا أسيًّا أو تضاؤلًا أسيًّا. ما النسبة المئوية لزيادة الدالة أو نقصانها؟

(3) $f(x) = 2(0.65)^x$

(2) $y = 0.65(1.3)^x$

مثال :

أكتب دالة أسية : $y = ab^x$ ، يمر بيانها بالنقطتين $P(2,2)$, $Q(3,4)$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 130 :

أكتب دالة أسية : $y = ab^x$ ، يمر بيانها بالنقطتين $H(2,4)$ ، $S(3,16)$

حاول أن تحل رقم 1 صـ 133 :

مثّل بيانيًّا كلًّا من: $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$, $y = 5^x$ في نفس المستوى الإحداثي.

حاول أن تحل رقم 2 صـ 134 مثّل بيانيًّا في نفس المستوى الإحداثي.

2 $y = 4(2)^x$

1 $y = -4(2)^x$

اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الرابعة **تابع بند 2-4** **تابع الدوال الاسية و تمثيلها بيانيا**

كراسة التمارين صـ 57 : **مثّل بيانيًا كلًّا من الدوال الأسية التالية:**

(2) $y = 6^x + 3$

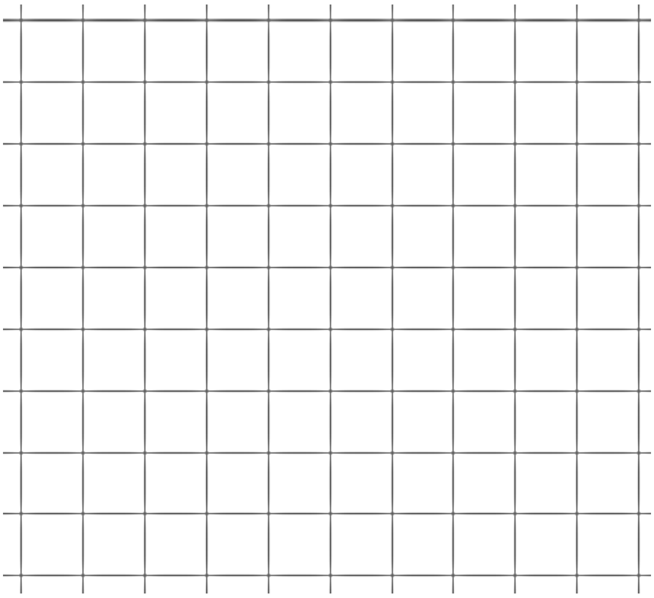
(1) $y = 4^x$

اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الرابعة تابع بند 2-4 تابع الدوال الاسية و تمثيلها بيانيا

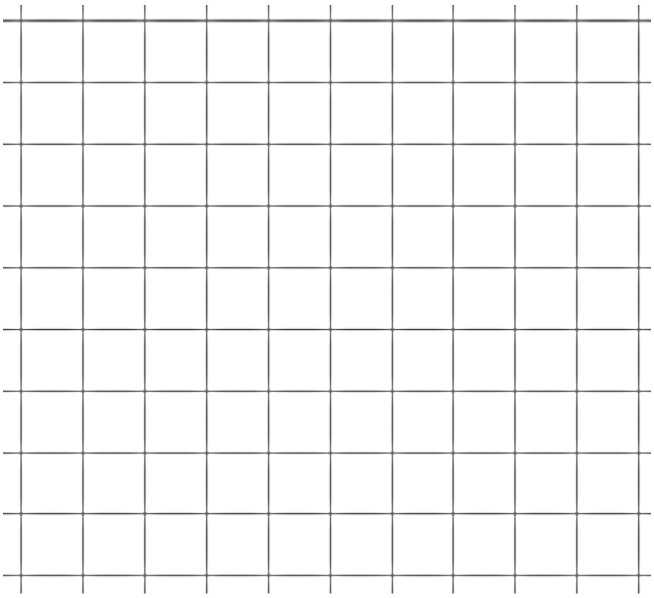
حاول أن تحل رقم 3 صـ 135: **مثّل كل دالة مما يلي وذلك بانسحاب لبيان دالة المرجع:** $y=2(3)^x$

$$y_3=2(3)^{x-3}+1$$



حاول أن تحل رقم 4 صـ 135 :

مثّل بيانيًّا الدالة: $f(x)=\frac{1}{9}(3)^{2x}-1$

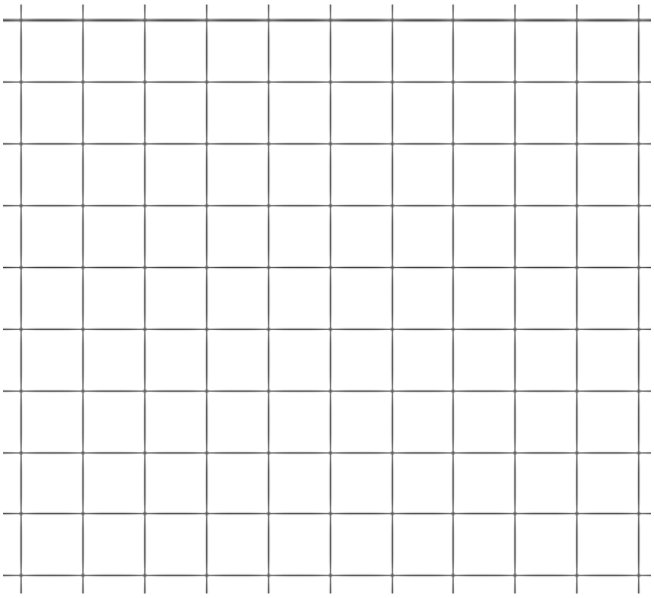


اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الرابعة تابع بند 4-2 تابع الدوال الاسية و تمثيلها بيانيا

كراسة التمارين رقم 7 صـ 57 : مثّل بيانيًا كلًّا من الدوال الأسية التالية مستخدمًا دالة المرجع:

$$y = (4)^{x-2} + 3$$



حاول أن تحل رقم 5 صـ 137 استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد قيم كل مما يلي:

(قرّب إجابتك إلى أقرب جزء من ألف).

a e^{4} b e^{-3} c $e^{\frac{1}{2}}$

اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الرابعة **بند 4-3** **الدوال اللوغاريتمية و تمثيلها بيانيا**

تدريب

أكمل الجدول التالي:

الصورة الأسية	الصورة اللوغاريتمية
$7^2 = 49$	$\log_7 49 = 2$
$10^3 = 1\,000$	$\log_{10} \ldots = \ldots$
$3^5 = 243$	$\log_3 \ldots = \ldots$
$4^{\cdots} = \ldots$	$\log_4 2 = \frac{1}{2}$
$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$	
$\ldots$	$\log_5 \frac{1}{25} = -2$
$12^0 = 1$	$\ldots$

الأس (اللوغاريتم)

$x = \log_b y$ $\qquad$ $y = b^x$

العدد

الأساس

تعريف

يتعين عدد حقيقي x بحيث يكون: $\quad \forall y \in \mathbb{R}^+ \quad , \quad b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

$$y = b^x \iff \log_b y = x$$

حاول أن تحل أوجد قيمة كل لوغاريتم مما يلي:

$\log_{64} \frac{1}{32}$	$\log_9 27$	$\log_{10} 100$

تعريف: الدالة اللوغاريتمية

$$\forall x > 0 \ , \ b \in \mathbb{R}^{+} - \{1\}$$

فإن الدالة:

$$f : \mathbb{R}^{+} \to \mathbb{R} \, , \ f(x) = \log_b x$$

تسمى دالة لوغاريتمية أساسها b

حاول أن تحل رقم 4 صـ 142 : أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

a $y = 2 + \log_5(x - 2)$ b $f(x) = \log_4(x^2 + 1)$ c $g(x) = \log_7(1 - x)$

W.R.E

حاول أن تحل صـ 143 : استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_3 x$ ومعكوسها.

مثال6 صـ 143 :

ارسم بيان الدالة: $y = \log_6 (x + 2) - 3$ مستخدمًا دالة المرجع.

حاول أن تحل رقم 5 صـ 143 ارسم بيان الدالة: $y = \log_3 (x - 3) + 1$ مستخدمًا دالة المرجع.

خواص اللوغاريتمات

$\forall m,n,b \in \mathbb{R}^+ , b \neq 1$

خاصية الضرب $\log_b mn = \log_b m + \log_b n$

خاصية القسمة $\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$

خاصية القوى $\log_b m^k = k \log_b m \ , \ k \in \mathbb{R}$

حاول أن تحل رقم 1 صـ 145 :

أعد كتابة كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بصورة لوغاريتم واحد.

1. $\log_5 2 + \log_5 6$
2. $3\log_b 4 - 3\log_b 2$
3. $4\log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 146 :

أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث a، b، c أعداد حقيقية موجبة.

a. $\log_2 (7b)$

b. $\log\left(\frac{c}{3}\right)^2$

c. $\log_7 (a^3 b^4)$

ملاحظات:

① $\log_b 1 = 0$ ② $\log_b b = 1$ ③ $\log_b b^m = m$

حيث b , m عددان حقيقيان موجبان $b \neq 1$

تذكر:
$\log 3 = \log_{10} 3$

مثال : إذا كان $\log 2 \approx 0.301 \quad , \quad \log 3 \approx 0.477 \quad , \quad \log 5 \approx 0.699$

استخدم خواص اللوغاريتمات لإيجاد قيمة كل مما يلي دون استخدام الآلة الحاسبة.

ⓐ $\log 20$ ⓑ $\log 0.5$

ⓒ $\log \frac{8}{3}$ ⓓ $\log 600$

$$\forall a , b \in \mathbb{R}^{+} , m \in \mathbb{R}^{+} - \{1\}$$
$$a = b \Longleftrightarrow \log_m a = \log_m b$$

حاول أن تحلرقم 1صـ 157 : حل كل معادلة مما يلي مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من ألف:

$3^{x+4} = 101$

$6^{x} = 21$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 152 : حل كل معادلة مما يلي:

b $\sqrt[3]{u^4} - 5 = 11 \; , \quad u > 0$

a $t^{\frac{7}{2}} = 128 \; , \quad t > 0$

W.R.E

لحساب اللوغاريتم لأي أساس

$$\forall m, b, c \in \mathbb{R}^{+},\ \ b \neq 1,\ \ c \neq 1$$

قاعدة تغيير الأساس

$$\log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b}$$

مثال استخدم قاعدة تغيير الأساس لإيجاد قيمة $\log_3 15$ ثم حوّل $\log_3 15$ إلى لوغاريتم للأساس 2

حاول أن تحل رقم 4 صـ 153 :

استخدم قاعدة تغيير الأساس لحل المعادلة: $7^{5x} = 3\,000$

حل معادلات لوغاريتمية — Solving Logarithmic Equations

كل معادلة تتضمن تعبيرًا لوغاريتميًا تسمى معادلة لوغاريتمية ويمكن وضعها على الصورة:

$\log_b y = x \qquad \forall\ y,b \in \mathbb{R}^+, b \neq 1$

ويكون حلها بما يحقق هذه الشروط لذا يتوجب إيجاد مجال التعريف (شرط الحل) أو التحقق من القيم الناتجة.

حاول أن تحل رقم 5 صـ 155 :

حل المعادلة: $\log(7-2x) = -1$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 156 :

حل المعادلة: $\log 6 - \log 3x = -2$

W.R.E

حاول أن تحل رقم 7 صـ 157 :

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

a $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1 \;,\; x \in (1,\infty)$

b $\log_4(x+6) - \log_4 12 = \log_4 2 - \log_4(x-4) \;,\; x \in (4,\infty)$

تدريب صـ 158

أكمل ما يلي حيث $k, m, n \in \mathbb{R}^+$.

1. $ln(mn) = ...$ (خاصية ....)
2. $ln\frac{m}{n} = ...$ (خاصية ....)
3. $ln\, m^k = ...$ (خاصية ....)
4. $ln\ e = ...$
5. $ln\ e^k = ...$
6. $e^{ln\ k} = ...$

حاول أن تحل رقم 3 صـ 160 : حل كلًّا من المعادلات التالية:

ⓑ $5 + ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$

ⓐ $e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

حاول أن تحل رقم 4صـ 161 :

استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل المعادلتين التاليتين:

ⓑ $2^{2x-3} + 4 = 7$

ⓐ $e^{x+1} = 30$

W.R.E

الكميات القياسية والكميات المتجهة

كميات قياسية (عددية) : هي كميات يلزم لتعريفها مقدار عددي ووحدة قياس

مثل : الحرارة ــ المسافة ــ العمر ــ الحجم ــ الكتلة

كميات متجهة : هي كميات يلزم لتعريفها مقدار عددي واتجاه

مثل : السرعة ــ العجلة ــ الإزاحة ــ القوة

متجه الموضع :

تعريف : القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$ التي بدايتها نقطة الأصل و نهايتها $M(x,y)$ تسمى (متجه الموضع)

$\overrightarrow{AB}$ قطعة موجهة في المستوى الإحداثي حيث $A(x_A , y_A), B(x_B , y_B)$

متجه الموضع لهذه القطعة هو القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$

حيث $M(\, x_B - x_A \,, y_B - y_A \,)$

حاول أن تحل رقم 1صـ 170 :

ليكن: $A(1,-3),\ B(2,2),\ C(2,3),\ D(-2,-1)$

a عيّن الزوج المرتب الذي يمثّل متجه الموضع لكل من: $\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{BD}$

b متجه الموضع $\overrightarrow{OC}$ يمثّل القطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$. أوجد إحداثيات K

تكافؤ قطعتين موجهتين

تكون قطعتان موجهتان متكافئتين إذا كان لهما الطول نفسه والاتجاه نفسه

ولكل قطعتين موجهتين متكافئتين متجه الموضع نفسه.

خاصية

إذا كانت القطعتان الموجهتان $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ متكافئتين، فإن الشكل $ABDC$ هو متوازي أضلاع حيث النقاط A, B, C, D ليست على استقامة واحدة.

حاول أن تحل رقم 2 صـ 171 :

إذا كانت $F(5, 13), E(3, 11), D(-2, -7)$

فأوجد مركبات كل من المتجهات التالية: $<\overrightarrow{DE}>$, $<\overrightarrow{ED}>$, $<\overrightarrow{EF}>$

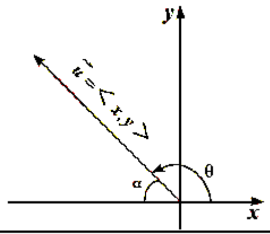
اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة الخامسة تابع بند 1-5 تابع المتجة فى المستوى

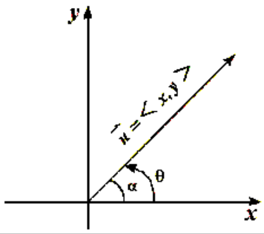
طول (معيار) متجه و إتجاهه :

تعريف : $\|\vec{U}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right|$

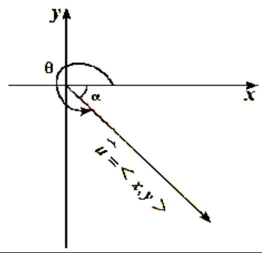
و تكون



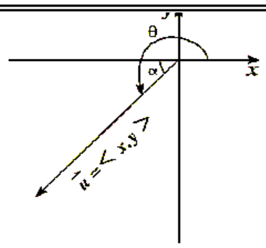
$\because x < 0,\ y > 0\ \therefore \theta = 180^\circ - \alpha$



$\because x > 0,\ y > 0\ \therefore \theta = \alpha$



$\because x > 0,\ y < 0\ \therefore \theta = 360^\circ - \alpha$



$\because x < 0,\ y < 0\ \therefore \theta = 180^\circ + \alpha$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 173 :

لكل من المتجهات التالية ارسم متجه الموضع ثم أوجد معيار المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب

b $\vec{n} = <-1,-2>$

a $\vec{m} = <2,2>$

d $\vec{q} = <1,-4>$

c $\vec{p} = <-2,3>$

سؤال : لكل من المتجهات التالية ارسم متجه الموضع ثم أوجد معيار المتجه وقياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب

2) $\vec{v} = \langle 0,3 \rangle$

1) $\vec{u} = \langle 2,0 \rangle$

4) $\vec{c} = \langle 0,-2 \rangle$

3) $\vec{n} = \langle -1,0 \rangle$

متجه الوحدة : المتجه $\vec{U} = \langle x, y \rangle$ هو متجه وحدة إذا كان معياره يساوي الوحدة أي أن

$$\|\vec{U}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 175 :

إذا كان $\vec{v} = < x, \frac{12}{13} >$. فأوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{v}$ متجه وحدة.

تساوي متجهين :

ليكن: $\vec{A} = < x_A , y_A > , B = < x_B , y_B >$

$$\vec{A} = \vec{B} \Longleftrightarrow x_A = x_B \ , \ y_A = y_B$$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 175 :

إذا كانت $A(0,1), B(1,3), C(3,6), D(4,8)$ في المستوى الإحداثي فأثبت أن: $< \overrightarrow{AB} > = < \overrightarrow{CD} >$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 176 :

ليكن المتجهان $\overrightarrow{A} = <-2x+3, 4y-1>, \overrightarrow{B} = <-1, 3>$، حيث x , y عددان حقيقيان.

أوجد قيمتا x , y اللتين تحققان $\overrightarrow{A} = \overrightarrow{B}$.

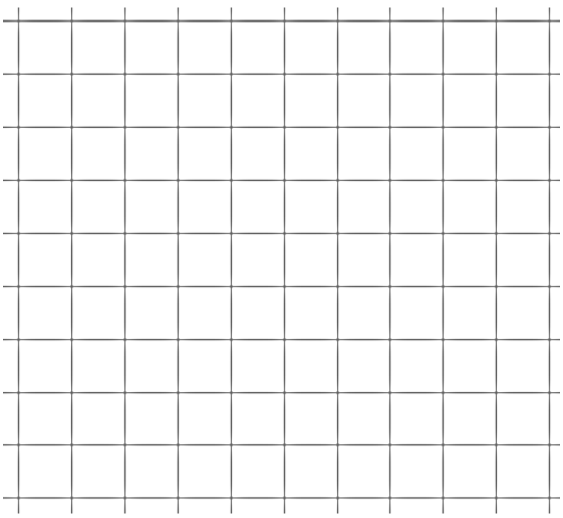
المتجه المعاكس

- إذا كان $\overrightarrow{u} = <a, b>$ فإن المتجه $\overrightarrow{v} = <-a, -b>$ هو المتجه المعاكس لِـ $\overrightarrow{u}$
- مركبات المتجه المعاكس هي المعكوس الجمعي لمركبات المتجه.
- المتجه $<\overrightarrow{BA}>$ هو متجه معاكس للمتجه $<\overrightarrow{AB}>$
- $<\overrightarrow{AB}> = -<\overrightarrow{BA}>$

حاول أن تحل صـ 173 :

7 ارسم متجه الموضع $\overrightarrow{u}$ حيث مركباته $<1, 2>$.

من النقطة $A(2, -1)$ ارسم متجهًا مساويًا للمتجه $\overrightarrow{u}$ ومتجهًا معاكسًا للمتجه $\overrightarrow{u}$ واكتب مركباتهما.



ضرب متجه في عدد حقيقي :

$\overrightarrow{u}$ متجه غير صفري، k عدد حقيقي غير صفري $(k \in \mathbb{R}^*)$

إن ناتج ضرب المتجه $\overrightarrow{u}$ بالعدد k هو متجه ونرمز إليه بـ $k\overrightarrow{u}$

$\because \ \overrightarrow{u} = < x, y > \quad \therefore \ k\overrightarrow{u} = < kx , ky >$

خواص

① يكون للمتجهين غير الصفريين $< \overrightarrow{CD} >$, $< \overrightarrow{AB} >$ الاتجاه نفسه إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي موجب k يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k < \overrightarrow{CD} >$

② يكون للمتجهين غير الصفريين $< \overrightarrow{CD} >$, $< \overrightarrow{AB} >$ اتجاهين متعاكسين إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي سالب k يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k < \overrightarrow{CD} >$

③ تكون النقاط A, B, C على استقامة واحدة إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي غير صفري k يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k < \overrightarrow{AC} >$

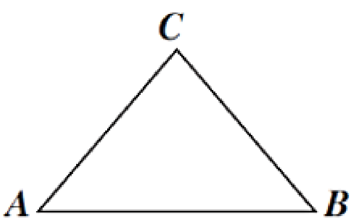
حاول أن تحلرقم 8 صـ 178 : إذا كان $\overrightarrow{B} = < 3, -2 >$ فأوجد:

ⓐ $3\overrightarrow{B}$ ⓑ $-5\overrightarrow{B}$ ⓒ $\frac{3}{2}\overrightarrow{B}$

حاول أن تحل رقم 9 صـ 179 :

أثبت أن النقاط $M(-2, -5)$, $L(2,3)$, $K(0, -1)$ على استقامة واحدة.

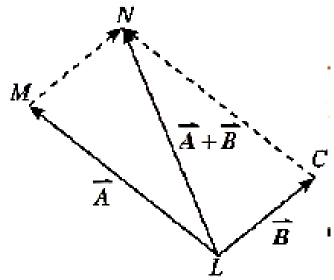
حاول أن تحل رقم 10 صـ 179 : ABC مثلث، ارسم D بحيث $< \overrightarrow{AD} > = 3 < \overrightarrow{AB} >$



علاقة شال :

لأي ثلاث نقاط في المستوى تسمى العلاقة : $\langle\overrightarrow{LN}\rangle = \langle\overrightarrow{MN}\rangle + \langle\overrightarrow{LM}\rangle$ علاقة شال

إكمال متوازي الأضلاع :



$\vec{A}+\vec{B} = <\overrightarrow{LM}> + <\overrightarrow{LC}>$

$= <\overrightarrow{LM}> + <\overrightarrow{MN}>$ $\quad <\overrightarrow{LC}> = <\overrightarrow{MN}>$

$= <\overrightarrow{LN}>$ $\quad$ علاقة شال

حاول أن تحل رقم 1 صـ 181 :

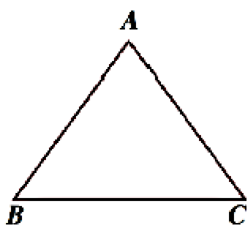
ABC مثلث. عيّن:

a M حيث $<\overrightarrow{BM}> = <\overrightarrow{BA}> + <\overrightarrow{BC}>$

b N حيث $<\overrightarrow{BN}> = <\overrightarrow{BC}> + <\overrightarrow{AB}>$

حاول أن تحل رقم 2 صـ 181 :

في المثلث ABC عيّن N بحيث $<\overrightarrow{CA}> + <\overrightarrow{BA}> = $ [illegible]$N>$



خواص عملية جمع المتجهات في المستوي   Properties of Adding Vectors in the Plane

لأي ثلاثة متجهات $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ في المستوي

- خاصية الإبدال في جمع المتجهات $\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A}$
- خاصية العنصر المحايد $\vec{0}$ $\vec{A}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{A}=\vec{A}$
- خاصية التجميع في جمع المتجهات $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C})$
- خاصية المعكوس الجمعي $\vec{A}+(-\vec{A})=(-\vec{A})+\vec{A}=\vec{0}$
- خاصية الحذف $\vec{A}+\vec{C}=\vec{B}+\vec{C} \Rightarrow \vec{A}=\vec{B}$
- خاصية التوزيع مع عدد حقيقي غير الصفر $K(\vec{A}+\vec{B})=K\vec{A}+K\vec{B}$

حاول أن تحل رقم 3 صـ 182 :

$ABCD$ مضلع. أوجد:

a $<\overrightarrow{AB}>+<\overrightarrow{CD}>+<\overrightarrow{BC}>$

b $<\overrightarrow{AD}>+<\overrightarrow{CA}>+<\overrightarrow{BC}>+<\overrightarrow{DB}>$

مجموع متجهين جبريًّا   Adding Two Vectors Algebraically

تعريف

إذا كان $\vec{A}=<x_A, y_A>, \vec{B}=<x_B, y_B>$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن مجموع هذين المتجهين هو المتجه $<x_A+x_B, y_A+y_B>$ ويرمز له بالرمز $\vec{A}+\vec{B}$

أي أن: $\vec{A}+\vec{B}=<x_A+x_B, y_A+y_B>$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 184 : إذا كان $\vec{A}=<4,-2>, \vec{B}=<-7,5>$ فأوجد.

a $\vec{A}+\vec{B}$

b $3\vec{A}+5\vec{B}$

طرح المتجهات $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 184 : $ABCD$ مضلع في المستوي. أوجد:

b $<\overline{AB}> - <\overline{AC}> + <\overline{BC}> + <\overline{AD}>$

a $<\overline{AB}> + <\overline{CD}> - <\overline{AD}> - <\overline{CB}>$

الفرق بين متجهين جبريًا Difference of Two Vectors Algebraically

تعريف

إذا كان $\overline{A} = < x_A, y_A >, \overline{B} = < x_B, y_B >$ متجهين في المستوى الإحداثي فإن:

$$\overline{A} - \overline{B} = \overline{A} + (-\overline{B}) = < x_A - x_B \, , y_A - y_B >$$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 184 إذا كان $\overline{A} = <-3, 0>, \overline{B} = <5, -9>$. فأوجد:

b $-3\overline{A} + 4\overline{B}$

a $\overline{A} - \overline{B}$

التعبير عن متجه بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين

Expressing a Vector in Terms of the Two Basic Unit Vectors

تعريف

- المتجه $\vec{i} = < 1,0 >$ الذي إحدى قطعه الموجهة متجه الموضع الذي نهايته النقطة $(1, 0)$ يسمى «متجه الوحدة الأساسي في اتجاه المحور السيني$(x-\text{axis})$».
- المتجه $\vec{j} = < 0,1 >$ الذي إحدى قطعه الموجهة متجه الموضع الذي نهايته النقطة $(0, 1)$ يسمى «متجه الوحدة الأساسي في اتجاه المحور الصادي $(y-\text{axis})$».

حاول أن تحل 8 صـ 186 :

لتكن النقاط: $A(3, 4), B(-2, 5), C(-4, -1)$

اكتب كلًّا من المتجهات: $\langle\overline{OA}\rangle, \langle\overline{OB}\rangle, \langle\overline{OC}\rangle$، بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين $\vec{i}\ ,\ \vec{j}$.

<u>الضرب الداخلي لمتجهين :</u>

ناتج الضرب الداخلي لمتجهين (غير صفريين) يرمز له بالرمز $\vec{A}\,.\vec{B}$ و يساوي ناتج ضرب طولي المتجهين في جيب تمام الزاوية المحددة بهما

أي أن :

$$\vec{A}\,.\vec{B} = \|\vec{A}\| \times \|\vec{B}\| \times \csc(\vec{A}\,,\vec{B})$$

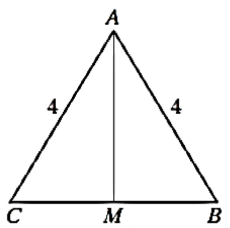
حاول أن تحل 2 صـ 186

كان إذا $\vec{u} = \langle 0,2\rangle\,,\vec{v} = \langle 2,2\rangle$ فأوجد $\vec{u}\,.\vec{v}$

مثال 2 صـ 188:

ABC مثلث متطابق الأضلاع. M منتصف $\overline{BC}$ أوجد:

ⓐ $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$ ⓑ $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC}$ ⓒ $\overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{CB}$



قانون

إذا كان $\overrightarrow{B} = < x_B\,, y_B >\,,\overrightarrow{A} = < x_A\,, y_A >$ متجهين في المستوي الإحداثي

فإن $\overrightarrow{A}\,.\overrightarrow{B} = x_A\,.x_B + y_A\,.y_B$

فإذا كان: $\overrightarrow{A} = < x_A\,, y_A >$ فإن $\overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{A} = x_A^2 + y_A^2 = \|\overrightarrow{A}\|^2$

نتيجة (1)

إذا كان $\overrightarrow{A} \neq \vec{0},\ \overrightarrow{B} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\overrightarrow{A} \perp \overrightarrow{B} \Longleftrightarrow \overrightarrow{A}\cdot\overrightarrow{B} = 0$$

حاول أن تحل رقم 3 صـ 189 :

إذا كانت النقاط $A(6,-1),\ B(3,2),\ C(2,1)$

a اكتب كلًّا من المتجهين $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}\,,\vec{j}$

b أوجد قيمة $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}$

c أثبت أن المثلث ABC قائم في $\widehat{B}$

حاول أن تحل رقم 4 صـ 189:

إذا كان $\overline{A}=<3,-1>,\ \overline{B}=<x,-2>$ وكان $\overline{A}\perp\overline{B}$ فأوجد قيمة x

نتيجة (2)

إذا كان $\vec{B} \neq \vec{0}$, $\vec{A} \neq \vec{0}$ فإن:

$$\vec{A} \parallel \vec{B} \Leftrightarrow \vec{A} = k\vec{B}$$

حاول أن تحل رقم 5 صـ 190 :

a أثبت أن: $\vec{A} \parallel \vec{B}$ حيث $\vec{A} = < 3, -2 >$, $\vec{B} = < 6, -4 >$

b إذا كان $\vec{A} \parallel \vec{B}$ ، $\vec{B} = < x, \frac{4}{5} >$, $\vec{A} = < \frac{7}{3}, \frac{2}{3} >$ فأوجد x

خواص الضرب الداخلي **Properties of Scalar Product**

$\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ ثلاثة متجهات غير صفرية في المستوى، k عدد حقيقي.

- خاصية الإبدال $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$
- خاصية التجميع مع عدد حقيقي غير صفري $\vec{A} \cdot (k\vec{B}) = (k\vec{A}) \cdot \vec{B} = k(\vec{A} \cdot \vec{B})$
- خاصية توزيع الضرب الداخلي على جمع المتجهات أو طرحها $\vec{A} \cdot (\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} \pm \vec{A} \cdot \vec{C}$

حاول أن تحل رقم 6 صـ 191 :

$\vec{A}, \vec{B}$ متجهان في المستوي، حيث $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 4, \vec{A} \cdot \vec{B} = 5$

أوجد قيمة $(3\vec{A} - 2\vec{B}) \cdot (-\vec{A} + 3\vec{B})$

قانون

إذا كان $\vec{A},\vec{B}$، متجهين وكان $\vec{A}\neq\vec{0}, \vec{B}\neq\vec{0}$ فإن:

$$\cos(\vec{A},\vec{B})=\frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{\|\vec{A}\|\cdot\|\vec{B}\|} \quad , 0^\circ \le m(\vec{A},\vec{B}) \le 180^\circ$$

حاول أن تحل رقم 7 صـ 192 :

إذا كان $\|\vec{A}\|=3, \|\vec{B}\|=2, \vec{A}\cdot\vec{B}=-3\sqrt{3}$

فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A},\vec{B})$

حاول أن تحل رقم 8 صـ 193:

أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين: $\vec{A}=<6,3>, \vec{B}=<3,-1>$

المجتمع الإحصائي : مجموعة كل المفردات (الوحدات) قيد الدراسة و لها خصائص مشتركة

و يمكن أن تكون مفرداته بشرية أو غير بشرية

كما يمكن أن تكون منتهية (عدد وحداته محدود) أو غير منتهية (عدد وحداته غير محدود)

حاول أن تحل رقم 1 صـ 199:

في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منتهٍ أو غير منتهٍ) ووحدة الدراسة.

a لاعبو فرق كرة السلة في دولة الكويت.

b مجتمع الأسماك في مياه الخليج العربي.

المتغير :

الصفة (أو الصفات) محور الدراسة في مجتمع إحصائي معين . و هذه الصفة تتغير من وحدة إلى أخرى في مجتمع الدراسة

أساليب جمع البيانات :

الحصر الشامل : هو عملية جمع بيانات جميع مفردات المجتمع الإحصائي

مميزاته : دقة النتائج - خلوه من الإخطاء

عيوبه : يتطلب وقت و جهد كبيرين – تكاليفه مرتفعة – لا يمكن إجراؤه في المجتمعات الغير منتهيه –
لا يمكن إستخدامه في حالة تدمير جميع وحدات الدراسة (سحب عينة دم)

حاول أن تحل رقم 2 صـ 200:

اكتب مثالًا يبين:

a دراسة في مجتمع إحصائي يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.

b دراسة في مجتمع إحصائي لا يمكن استخدام الحصر الشامل فيها.

المعاينة :

هي عملية إختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع و تحقق أهداف الدراسة

أنواع البيانات :

بيانات كيفية:
- إسمية ← مثل: لون العيون، لون الشعر
- مرتبة ← مثل: المستوى العلمي، الدرجات التقديرية

بيانات كمية:
- متقطعة ← مثل: عدد طلاب الفصل، نقاط مباراة كرة السلة
- مستمرة ← مثل: أطوال القامات، الأوزان، درجات الحرارة

حاول أن تحل رقم 3 صـ 201 : **حدد نوع البيانات في كل مما يأتي:**

a **عدد أعضاء فريق كرة القدم.**

b **الوظيفة (ضابط، محاسب، محام، تاجر، مدرس، ...)**

c **أطوال قامات طلاب الصف الحادي عشر.**

d **تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت.**

طرق جمع البيانات :

المشاهدة و الملاحظة — الاستبانة

البريد العادي أو البريد الإلكتروني — الهاتف المنزلي أو الهاتف النقال

المقابلة الشخصية — الوثائق و السجلات

الأبحاث التاريخية و الأرشيف — قواعد البيانات

مواقع التواصل الاجتماعي

بند 6-2 الوحدة السادسة (العينات)

العينة العشوائية : هي جزء من المجتمع الإحصائي يتم إختيارها عشوائيا بطريقة علمية دون تحيز كي تمثل هذا المجتمع أفضل تمثيلا بأقل تكلفة ممكنة

أنواع العينات :

العينة العشوائية البسيطة :

مجتمع إحصائي يتضمن n من المفردات المتجانسة وأردنا دراسته انطلاقا من عينة عشوائية بسيطة

عدد مفرداتها (حجمها) m و يمكن إختيار العينة العشوائية البسيطة بطرق متعددة منها :

جدول الأعداد العشوائية , الات حاسبة متخصصة , برامج إحصائية في الحاسوب

مثال :

عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفًا مرقمين من 1 إلى 90. يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع.

حاول أن تحل رقم 1 صـ 203 :

في مثال (1) إذا كان المطلوب سحب العينة من جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف العاشر والعمود الخامس فما هي الأعداد التي سوف يحصل عليها؟

العينة العشوائية الطبقية :

يوجد مجتمعات إحصائية تتكون من مجموعات لا تتقاطع مع بعضها بعضا لذا نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة فنحصل على عينة عشوائية طبقية تمثل المجتمع الإحصائي محل الدراسة

و لسحب عينة عشوائية طبقية حجمها m من مجتمع إحصائي حجمه n , حيث $m \leq n$ يكون

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع الإحصائي}} = \frac{m}{n}$$

حجم العينة من كل طبقة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حاول أن تحل رقم 2 صـ 204 :

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من 7 أفراد من 35 موظفًا موزعين كما يبين الجدول التالي:

المجموع	مستخدمون	محاسبون ومدققون	مدراء أقسام
35	5	20	10

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة؟

حاول أن تحل رقم 3 صـ 205 :

يبين الجدول توزيع الموظفين في إحدى المستشفيات:

المجموع	عمال	ممرضون	أطباء	إداريون
500	40	240	140	80

المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 25 فردًا لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

العينة العشوائية المنتظمة :

يتم سحب مفرداتها بحسب نظام ثابت و منتظم ترقم المفردات ترقيما متسلسلا ثم يقسم المجتمع الإحصائي إلى فترات متساوية الطول بعدد مفردات العينة تسمى فترة المعاينة و يكون

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع الإحصائي}}{\text{حجم العينة}}$$

و يمكن

سحب المفردة الأولى في العينة المنتظمة بطريقة عشوائية من جدوا الأعداد العشوائية ثم تسحب باقي المفردات بطريقة منتظمة تقضي بإضافة طول فترة المعاينة على المفردة الأولى للحصول على المفردة الثانية هكذا ....

مثال : في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى 900، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 15، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن والعمود العاشر.

حاول أن تحل رقم 4 صـ 206 :

في مثال (4) ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها 10، مستخدمًا جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن عشر والعمود السابع؟

حاول أن تحل رقم 5 صـ 207 :

يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالبًا مرقمين من 1 إلى 140. المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع.

القطاعات الدائرية :

يمكن تمثيل البيانات الكيفية باستخدام القطاعات الدائرية

قياس زواوية المركزية لقطاع = التكرار النسبي × $360°$

$$\text{حيث التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار القيمة (أو الفئة)}}{\text{مجموع التكرارت}}$$

النسبة المئوية للتكرار = التكرار النسبي × 100

حاول أن تحل رقم 1 صـ 209 :

ا يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لألوان العيون لدى 40 طالبًا ثانويًا:

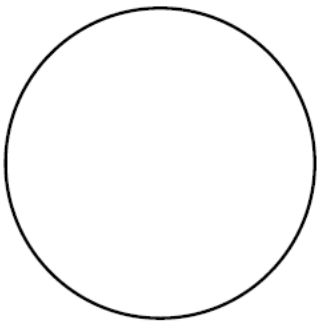
الفئة	أسود	أزرق	بني	عسلي	زيتي	المجموع
التكرار	13	4	13	6	4	40

a أوجد التكرار النسبي والتكرار المئوي.

b مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الحل

الفئة						
التكرار						
التكرار النسبي						
النسبة المئوية للتكرار (التكرار المئوي)						



<u>المنحنى التكراري و المدرج التكراري</u> :

يستخدما في تمثيل جدول تكراري ذي فئات

حيث مركز الفئة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{2}$ و يكون التمثيل بين مركز الفئة و التكرار

حاول أن تحل رقم 2 صـ 212 :

يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأطوال 30 طالبًا بالسنتيمتر (cm)

الفئة	155–	160–	165–	170–	175–	180–	المجموع
التكرار	4	6	11	5	3	1	30

a أوجد مراكز الفئات.

b ارسم المنحنى التكراري.

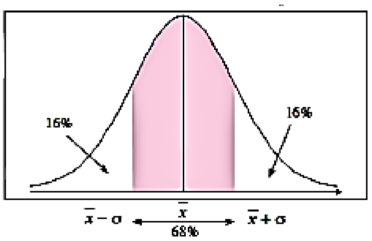
c ارسم المدرج التكراري ومنه المنحنى التكراري.

بند 6-5 الوحدة السادسة (القاعدة التجريبية)

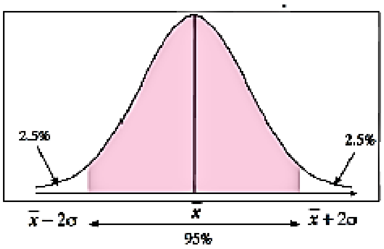
تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة محدودة و يمكن إتخاذ القرارات المناسبة في ضوء هذه الدراسة

على فرض أن لدينا مجموعة بيانات كمية و وجدنا المتوسط الحسابي $\overline{x}$ و الإنحراف المعياري σ لهذه القيم و تبين أن المنحنى التكراري هو شكل الجرس يمكن تطبيق القاعدة التجريبية التي تنص على ما يلي :

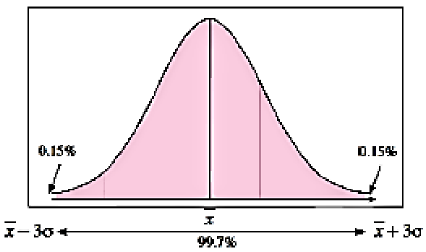
(1) حوالي 68% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-\sigma, \overline{x}+\sigma]$



(2) حوالي 95% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-2\sigma, \overline{x}+2\sigma]$



(3) حوالي 99.7% من هذه القيم تنتمي إلى الفترة $[\overline{x}-3\sigma, \overline{x}+3\sigma]$



حاول أن تحل رقم 1 صـ 218 :

لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 دينارًا بانحراف معياري 115 دينارًا.

a طبق القاعدة التجريبية.

b هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى 750 دينارًا؟ فسّر ذلك.

حاول أن تحل رقم 2 صـ 219 :

يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (A) هو 700h بانحراف معياري 100h على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

a طبق القاعدة التجريبية.

b أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يزيد عمرها عن 500h

c أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يقل عمرها عن 400h

اليوم : .... التاريخ الميلادي : .... التاريخ الهجري : ....

الوحدة السادسة **بند 6-6** **القيمة المعيارية**

هي مؤشر يدل على إنحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي

$$\text{القيمة المعيارية} = \frac{\text{قيمة المفردة} - \text{المتوسط الحسابي}}{\text{الإنحراف المعياري}}$$

أي أن $z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$

حاول أن تحل :

جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء 15 حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 3.8 وفي مادة الكيمياء 15 حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 7.8

ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

حاول أن تحل :

يسكن خالد في المدينة A حيث إن طول قامته 180cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174cm مع انحراف معياري 12cm. أما صالح فيسكن في المدينة B حيث إن طول قامته 172cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 165cm مع انحراف معياري 15

أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟