وزارة التربية **العام الدراسي :2015/2014 م**

الإدارة العامة لمنطقة حولي التعليمية

التوجيه الفني للرياضيات **الصف : (الثاني عشر العلمي)**

نموذج اختبار الفترة الدراسية الأولى **ث صلاح الدين**

السؤال الأول :

(a) أوجد : $\lim_{x\to -2} \frac{x^3-3x^2-7x+6}{x+2}$

الحل:

عند التعويض عن x بـ 2- في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة.

نقسم البسط على المقام ونوجد الناتج باستخدام القسمة التركيبية

-2	1	-3	-7	6
		-2	10	-6
	1	-5	3	0

الناتج x^2-5x+3 **والباقى صفر**

$$\therefore \lim_{x\to -2} \frac{x^3-3x^2-7x+6}{x+2} = \lim_{x\to -2}(x^2-5x+3) = 17$$

تابع السؤال الأول:

(b) أوجد : $\lim_{x\to 0} \frac{2sin(x)}{tan(x)}$

الحل:

نلاحظ أن

$$\lim_{x\to 0} \frac{2\sin(x)}{\tan(x)} = \lim_{x\to 0} 2\sin(x) \times \frac{\cos(x)}{\sin(x)} = \lim_{x\to 0} 2\cos(x)$$

$$= 2 \times \lim_{x\to 0} \cos(x) = 2 \times 1 = 2$$

السؤال الثاني :

(a) أوجد قيمة كل من a , b إذا كانت : $\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1$

الحل :

$$\because\ lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = -1 \neq 0$$

درجة الحدودية في البسط يجب أن تكون مساوية لدرجة الحدودية في المقام

أي أن الحدودية في المقام يجب أن تكون من الدرجة الأولى.

هذا يعني أن :

$$ax^2 = 0 \quad \to a = 0$$

ومنه:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{ax^2+bx-3} = \lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{bx-3} = \frac{1}{b}$$

$$\therefore \frac{1}{b} = -1 \quad \to b = -1$$

تابع السؤال الثاني :

(b) إذا كانت $f(x)=\begin{cases} x^3+x & : x\le 0 \\ \frac{x^2}{x+1} & : x>0 \end{cases}$

ادرس اتصال f عند $x=0$

الحل :

$f(0)=(0)^3+0=0$ (1)

$\lim_{x\to 0^-} f(x)=(0)^3+0=0$

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=(\frac{0^2}{0+1})=0$ (شرط المقام ≠ صفر)

$\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=0$ (2)

$\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)=0$

من 1 و 2 نجد أن f متصلة عند $x=0$

السؤال الثالث :

(a) لتكن $g(x) = 2x + 3$ وكانت $f(x) = \frac{|x|}{x+2}$ فادرس اتصال الدالة $f \circ g$ عند $x = \boldsymbol{1}$

الحل :

g دالة كثيرة حدود متصلة عند $x = 1$ .... (1)

$g(1) = 5$

$f(x) = \frac{h(x)}{p(x)}$ ، $f(x) = \frac{|x|}{x+2}$

الدالة $h(x) = |x|$ متصلة عند $x = 5$

الدالة $p(x) = x + 2$ متصلة عند $x = 5$

$\therefore$ دالة ناتج القسمة $\frac{|x|}{x+2} = \frac{h(x)}{p(x)} = f(x)$ متصلة عند $x = 5$ .....(2)

أي عند $g(1)$

من 1 و 2 نجد أن $f \circ g$ متصلة عند $x = 1$

تابع السؤال الثالث :

(b)

لتكن f :

$$f(x)=\begin{cases}2x-1 & ,\ x<1\\ -x+2 & ,1\le x<3\\ 1 & ,x\ge 3\end{cases}$$

(a) عين مجال الدالة f .

(b) ادرس اتصال f على مجالها.

الحل :

مجال الدالة f هو R $(-\infty,1)\cup[1,3)\cup[3,\infty)=$

نبحث اتصال f على مجالها

نفرض أن :

$$g(x)=2x-1$$

نلاحظ أن g دالة كثيرة الحدود فهي متصلة على R

$$\because f(x)=g(x)\quad \forall\, x\in(-\infty\,,1)$$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $(-\infty\,,1)$............*(1)*

نفرض أن :

$$h(x)=-x+2$$

نلاحظ أن h دالة كثيرة حدود متصلة على R

$$\because f(x)=h(x)\quad \forall\, x\in[1\,,3)$$

$\therefore$ الدالة f متصلة على $[1\ ,3)$ ....(2)

ونلاحظ أن الدالة f ثابتة في الفترة $[3\,,\infty)$ ....(3)

بقي أن ندرس اتصال الدالة f عند $x=3$ من جهة اليسار وعند $x=1$ من جهة اليسار أيضاً

$$f(1)=-(1)+2=1$$

$$\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1^-}(2x-1)=2(1)-1=1=f(1)$$

$\therefore$ الدالة f متصلة عند $x=1$ من جهة اليسار

$$f(3)=1$$

$$lim_{x\to 3^-} f(x)=lim_{x\to 3^-}(-x+2)=-3+2=-1\neq f(3)$$

$\therefore$ الدالة f غير متصلة عند $x=3$ من جهة اليسار

مما سبق نجد أن الدالة f متصلة على

$$(-\infty,3)\cup[3,\infty)$$

الأسئلة الموضوعية :

في البنود من (1 – 3) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

1	$\lim_{x\to 4^-} \frac{1}{(x+4)^9} = -\infty$	a	b
2	الدالة: $y = \frac{1}{x^2+1}$ متصلة عند كل $x \in R$	a	b
3	الدالة f: $f(x) = x^2 + \|x-1\|$ متصلة عند x=3	a	b

في البنود من (4 – 8) ظلل الدائرة التي تحوي رمز الإجابة الصحيحة :

4	$\lim_{x\to\infty} \frac{\|x\|}{\|x\|+1} =$	(a) 0	(b) 1	(c) ∞	(d) $\frac{1}{2}$
5	$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-2x+5}{2x^4+x^2-2} =$	(a) $-\infty$	(b) $\frac{1}{2}$	(c) 0	(d) ∞
6	$\lim_{x\to 0} \frac{-\tan x}{2x} =$	(a) ∞	(b) 0	(c) $-\frac{1}{2}$	(d) $\frac{1}{2}$
7	إذا كانت الدالة f: $f(x) = \sqrt{x^2 - a}$ متصلة عند x=3 فإن a يمكن أن تكون:	(a) 25	(b) 16	(c) 9	(d) 4
8	إذا كانت الدالة g متصلة عند x=1 وكانت النقطة (1,-3) تقع على منحنى الدالة g فإن $\lim_{x\to 1}(g(x))^2$ تساوي:	(a) 9	(b) 1	(c) -6	(d) -3