

أولاً : الأسئلة المقالية :

السؤال الأول :-

(أ) أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2}$$

10

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x - 2) = 1, 1 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 2) = 25, 25 > 0$$

$$= 5 \lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 - 2} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} (3x^2 - 2)} = \sqrt{25}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x^2 - 2}}{x - 2} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{3x^2 - 2}}{\lim_{x \rightarrow 3} x - 2} = \frac{5}{1} = 5$$

4

تابع: اختبار الفترة الدراسية الأولى - للصف الثاني عشر علمي - العام الدراسي (2014-2015م)
تابع السؤال الأول :-

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x^2 - 2x}$$

(ب) أوجد:

الحل: عند التعويض المباشر عن x بـ 2 في كل من البسط والمقام نحصل على صيغة غير معينة

$$\frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x^2 - 2x} = \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x^2 - 2x} \times \frac{\sqrt{x^2+5} + 3}{\sqrt{x^2+5} + 3}$$

$$= \frac{x^2 + 5 - 9}{(x^2 - 2x)(\sqrt{x^2+5} + 3)} = \frac{x^2 - 4}{(x^2 - 2x)(\sqrt{x^2+5} + 3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x+2)}{x(x-2)(\sqrt{x^2+5} + 3)} = \frac{x+2}{x(\sqrt{x^2+5} + 3)}, x \neq 2$$

نهاية ما تحت الجذر

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 5) = 9, 9 > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{x^2 + 5} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 5)} = \sqrt{9} = 3$$

نهاية المقام

$$\lim_{x \rightarrow 2} (x(\sqrt{x^2+5} + 3)) = \lim_{x \rightarrow 2} x \cdot \lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x^2+5} + 3) = 12, 12 \neq 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5} - 3}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x(\sqrt{x^2+5} + 3)} = \frac{\lim_{x \rightarrow 2} (x+2)}{\lim_{x \rightarrow 2} (x(\sqrt{x^2+5} + 3))} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

تابع: اختبار الفترة الدراسية الأولى - للصف الثاني عشر علمي - العام الدراسي (2014-2015م)

السؤال الثاني: (10 درجة)

10

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x}$$

(أ) أوجد:

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\sin x \times \frac{\sin x}{2x} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \sin x \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{2x}$$

$$= 0 \times \frac{1}{2} = 0$$



تابع: اختبار الفترة الدراسية الأولى - للصف الثاني عشر علمي - العام الدراسي (2014-2015م)
تابع السؤال الثاني:

(ب) ابحث اتصال الدالة f عند $x = 2$ حيث:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{|x-2|} & : x \neq 2 \\ 1 & : x = 2 \end{cases}$$

الحل:

$$\frac{x-2}{|x-2|} = \begin{cases} \frac{x-2}{x-2} & : x > 2 \\ \frac{-x+2}{x-2} & : x < 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 1 & : x > 2 \\ -1 & : x < 2 \\ 1 & : x = 2 \end{cases}$$

$$f(2) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

∴ $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ليست موجودة

إذن الدالة f غير متصله عند $x = 2$

تابع: اختبار الفترة الدراسية الأولى - للصف الثاني عشر علمي - العام الدراسي (2014-2015م)

السؤال الثالث: (12 درجة)

لتكن $g(x) = \sqrt{x}$ ، $f(x) = x^2 + 5$

ابحث اتصال الدالة $g \circ f$ عند $x = -2$

الحل:

$$(1) \quad f \text{ دالة متصلة عند } x = -2$$

$$f(-2) = 9$$

$x \in R^+$ دالة متصلة عند كل

$X = 9$ دالة متصلة عند g .:

$$(2) \quad \text{أي أن } g \text{ دالة متصلة عند } X = f(-2)$$

من (1), (2) نجد أن $g \circ f$ متصلة عند $x = -2$

12

تابع: اختبار الفترة الدراسية الأولى - للصف الثاني عشر علمي - العام الدراسي (2014-2015م)
تابع السؤال الثالث:

(ب) لتكن الدالة f :

$$F(X) = \begin{cases} x^2 - a & : X < 0 \\ 2 & : X = 0 \\ ax + b & : X > 0 \end{cases}$$

متصلة على مجالها R - أوجد قيمة الثابتين a, b

الحل :

بما أن الدالة متصلة على مجالها R

إذن الدالة متصلة عند $x = 0$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ موجودة

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = f(0)$$

$$f(0) = 2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 - a)$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0^2 - a = -a$$

$$\therefore -a = 2 \quad \Rightarrow \quad a = -2$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (ax + b) = b$$

$$\therefore b = 2$$

تابع: اختبار الفترة الدراسية الأولى - للصف الثاني عشر علمي - العام الدراسي (2014-2015م)

الأسئلة الموضوعية

أولاً في البنود (3-1) ظلل الحرف (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت العبارة خاطئة:

(1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x^2} - x}{x} = -2$

(2) $f(x) = \frac{2x-3}{x+2}$ متصلة على $(-\infty, 0)$: الدالة f

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 + 7x^2 - 1}{2x^3 - 4} = 2$

ثانياً: في البنود (4-10) لكل بند أربع خيارات إحداها فقط صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الإجابة الصحيحة:

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\sin x} =$

(a) 2

(b) -2

(c) 0

(d) ∞

(5) إذا كانت الدالة f متصلة عند $X = -2$ وكانت $\lim_{x \rightarrow -2} (X^2 + F(X)) = 7$ فإن $f(-2)$ تساوي:

(a) 3

(b) 5

(c) 9

(d) 11

(6) إذا كانت الدالة g دالة متصلة عند $X = 2$ فإن الدالة المتصلة عند $X = 2$ فيما يلي هي $f(x)$ تساوي:

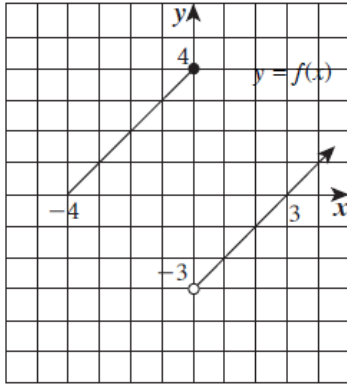
(a) $\frac{g(x)}{x-2}$

(b) $\frac{1}{g(x)}$

(c) $|g(x)|$

(d) $\sqrt{g(x)}$

(7)



الشكل المقابل هو بيان دالة f .

العبارة الصحيحة في ما يلي هي:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 4$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -3$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 4$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -3$

(8)

إجابات الأسئلة الموضوعية

1	2	3	4	5	6	7	8
a	b	a	a	a	c	a	A

لكل بند درجة

$$8 = 1 \times 8 \text{ درجات}$$

نقاط انفصال الدالة f : $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}$ عند:

(a) 1 , -1

(b) 2 , -2

(c) 1 , 2

(d) -1 , -2