

الوحدة الدراسية الخامسة (التكامل) بند (5 - 4) تكامل الدوال الأسية واللوغاريتمية

اشتقاق الدوال الأسية

$$\frac{d}{dx} a^x = a^x \ln a \quad \text{قاعدة (1)}$$

$$\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx} \quad \text{إذا كانت } u \text{ دالة في } x \text{ قابلة للاشتقاق فإن:}$$

$$\frac{d}{dx} e^x = e^x \quad \text{قاعدة (2)}$$

$$\frac{d}{dx} (e^u) = e^u \frac{du}{dx} \quad \text{إذا كانت } u \text{ دالة في } x \text{ قابلة للاشتقاق فإن:}$$

اشتقاق دوال اللوغاريتمات الطبيعية

$$\frac{d}{dx} (\ln x) = \frac{1}{x} \quad \text{قاعدة (3)}$$

$$\frac{d}{dx} (\ln u) = \frac{1}{u} \frac{du}{dx} \quad \text{إذا كانت } u \text{ دالة في } x \text{ قابلة للاشتقاق فإن:}$$

$$\frac{d}{dx} (g(x)) = \frac{g'(x)}{g(x)} \quad \text{لاحظ أن:}$$

$$\frac{d}{dx} (\ln|x|) = \frac{1}{x} \quad \text{قاعدة (4)}$$

تكامل بعض الدوال الأسية واللوغاريتمية

التكامل غير المحدد	قاعدة المشتقة
$\int e^x dx = e^x + c$	$\frac{d}{dx} e^x = e^x$
$\int u'e^u dx = e^u + c$	$\frac{d}{du} e^u = e^u \frac{du}{dx} = u'e^u$
$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + c$	$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$
$\int \frac{u'}{u} du = \ln u + c$	$\frac{d}{du} \ln u = \frac{1}{u} \frac{du}{dx} = \frac{u'}{u}$

$$\int \frac{x'(x)dx}{g(x)} = \ln |g(x)| + c$$

لاحظ أن:

أوجد مشتقة كل من الدوال التالية :

1 $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

1 $g(x) = e^{x^3-4}$

2 $h(x) = e^{\cos x}$

3 $f(x) = \ln x^2$

4 $h(x) = \ln \sqrt{x}$

5 $g(x) = \ln \left(\frac{1}{x} \right)$

6 $k(x) = \ln (\cos x)$

$$\textcircled{5} \int e^{3x} dx$$

$$\textcircled{6} \int (2x - 1)e^{x^2 - x + 3} dx$$

$$\textcircled{7} \int \left(e^{3x} + \frac{4}{2x - 1} \right) dx$$

$$\textcircled{8} \int \frac{1}{\sqrt{x}} e^{\sqrt{x}} dx$$

9 $\int \frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$

10 أوجد: $\int \tan x dx$

11 $\int \frac{x+1}{x^2+2x+5} dx$

البنود من (1 - 6) ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة وظلل (b) إذا كانت خاطئة

1 إذا كانت: $y = 4^{x-2}$ فإن $\frac{dy}{dx} = 4x$ (a) (b)

2 إذا كانت: $f(x) = e^{x^2}$ فإن $f'(x) = 2xe^{2x}$ (a) (b)

3 إذا كانت: $g(x) = \ln(2x+2)$ فإن $g'(x) = \frac{1}{2x+2}$ (a) (b)

4 إذا كانت: $y = x \ln x - x$ فإن $y' = \ln x$ (a) (b)

5 $\int \frac{1}{2x} dx = \frac{\ln x}{2} + C$ (a) (b)

6 $\int \frac{1}{3x+1} dx = \ln(3x+1) + C$ (a) (b)

البنود من (7 - 10) ظلل الدائرة الدالة على الإجابة الصحيحة

7 إذا كانت $y = e^{-5x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي: (a) e^{-5x} (b) $-e^{-5x}$

(c) $-5e^{-5x}$ (d) $5e^{-5x}$

8 إذا كانت $y = x^2 e^x - x e^x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي: (a) $e^x(x^2 + x - 1)$ (b) $e^x(x^2 - x)$

(c) $2x e^x - e^x$ (d) $e^x(x^2 + 2x + 1)$

9 إذا كانت $y = (\ln x)^2$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي: (a) $\frac{\ln x}{x}$ (b) $\frac{2 \ln x}{x}$

(c) $\frac{x \ln x}{2}$ (d) $\frac{2 \ln^2 x}{x}$

10 إذا كانت $y = \ln\left(\frac{10}{x}\right)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي: (a) $-\frac{10}{x}$ (b) $\frac{10}{x}$

(c) $\frac{1}{x}$ (d) $-\frac{1}{x}$